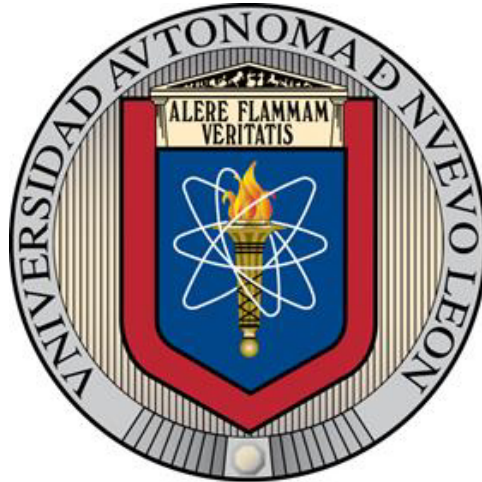


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



TESIS

**ESTUDIO Y DISEÑO DE UN SUSTRATO NO
CONDUCTIVO PARA ETIQUETAS RFID**

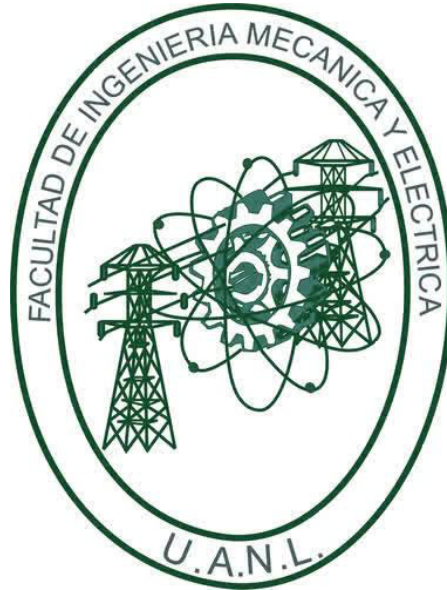
POR

ING. MARIO ANGEL RICO MENDEZ

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA**

JULIO, 2017

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



TESIS

**ESTUDIO Y DISEÑO DE UN SUSTRATO NO
CONDUCTIVO PARA ETIQUETAS RFID**

POR

ING. MARIO ANGEL RICO MENDEZ

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA**

JULIO, 2017

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Estudio y diseño de un sustrato no conductor para etiquetas RFID», realizada por el alumno Ing. Mario Angel Rico Mendez, con número de matrícula 1501056, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica .

El comité de Tesis



Dra. Norma Patricia Puente Ramírez
Asesora



Dra. Anel Garza Rivera
Revisora



Dr. Jesús Emmanuel Gómez Correa
Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirección de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, julio 2017

A mi familia.

AGRADECIMIENTOS.

*“Hay una fuerza motriz mas poderosa que el vapor, la electricidad y la
energía atómica: la voluntad”*

Albert Einstein.

A mi asesora de tesis Dra. Norma Patricia Puente Ramírez, por su orientación y aporte de conocimientos en este trabajo de tesis.

A la Dra. Anel Garza Rivera y al Dr. Jesús Emmanuel Gómez Correa, por su disposición para revisar este trabajo de tesis.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, a los profesores y compañeros del posgrado que contribuyeron a mi formación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada durante estos semestres para la realización de esta maestría.

Angel Rico.

RESUMEN

Publicación No. _____

Mario Angel Rico Mendez, M.C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2017

Profesora asesora: Dra. Norma Patricia Puente Ramírez

El uso de la tecnología de identificación por radio frecuencia (RFID) se ha incrementado en la última década, debido al rápido progreso y desarrollo del campo de las comunicaciones inalámbricas lo que ha hecho posible el rastreo e identificación de productos y procesos por la vía inalámbrica. Los principales elementos de este sistema son una lectora RFID, una antena trancptora y una etiqueta RFID. El funcionamiento es mediante retrodispersión mediante la etiqueta RFID en frecuencias UHF, donde al recibir las ondas electromagnéticas (EM) la etiqueta responde con un número de identificación.

La etiqueta debido a su perfil es adherida a los productos a identificar o rastrear así como diferentes aplicaciones. Al adherirse la etiqueta RFID al producto a identificar, el material donde se adhiere la etiqueta afecta su comportamiento produciendo una interferencia electromagnética. Los materiales que más interferencia provocan son los metales y contenedores de líquidos.

En el actual trabajo se describe una propuesta para evitar la interferencia electromagnética en las etiquetas RFID pasivas, lo cual consiste en un sustrato con una geometría intrínseca comprendida por diferentes índices de refracción. La geometría intrínseca del sustrato y los índices de refracción actúan como reflectores manteniendo la energía de la señal aislada del material al que está adherida la etiqueta. Se describe la geometría que se propone la cual debido a su composición mantiene una reflexión total interna. La geometría intrínseca del sustrato se obtiene mediante la metodología

de la teoría de rayos, de tal forma que se obtenga una reflexión total dentro del sustrato, los resultados arrojados por esta teoría se confirman con un método más robusto el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo conocido como FDTD por sus siglas en inglés. En este trabajo se muestra el comportamiento electromagnético de la onda EM fuera y dentro del sustrato por medio de el FDTD, que al incidir en el sustrato propuesto se cumple el objetivo del este trabajo. Además se compara los resultados de la geometría del sustrato propuesto con otras dos sustratos con geometrías intrínsecas diferentes los cuales no cumplen en su totalidad con la reflexión total interna requerida para que la onda EM se mantenga aislada del producto, al cual se adhiere la etiqueta RFID y de esta forma evitar la interferencia electromagnética.

ÍNDICE GENERAL

1. Introducción.	1
1.1. Objetivos.	2
1.2. Metodología.	3
1.3. Sinopsis de la Tesis.	3
2. Teoría de Rayos.	5
2.1. Introducción.	5
2.2. Principios de la teoría de rayos.	5
2.3. Propagación de una onda EM entre dos medios.	7
2.4. Ley de Snell.	8
2.4.1. Reflexión total interna.	10
2.5. Coeficientes de Transmisión y Reflexión.	12
2.5.1. Conservación de energía.	14
2.6. Resumen del capítulo.	20
3. Diseño del sustrato.	22
3.1. Introducción.	22
3.2. Diseño de la geometría del sustrato.	22
3.3. Geometría intrínseca propuesta del sustrato.	26
3.4. Energía del sustrato propuesto.	29

3.5. Resumen del capítulo.	31
4. FDTD Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo.	32
4.1. Introducción.	32
4.2. Ecuaciones de Maxwell.	32
4.3. Aproximaciones en diferencias finitas.	35
4.4. Derivada temporal.	36
4.5. Derivada espacial.	38
4.6. Método espacial forward-time centrado.	39
4.7. Método Leapfrog.	40
4.8. Algoritmo de Yee.	41
4.9. Ecuaciones de Maxwell en una y dos dimensiones.	43
4.9.1. FDTD para ecuaciones de Maxwell en dos dimensiones.	44
4.9.2. FDTD transversal eléctrico TE	46
4.9.3. FDTD transversal magnético TM	47
4.9.4. Estabilidad numerica del método $FDTD$	49
4.10. Resumen del capítulo	50
5. Análisis numérico mediante el FDTD.	51
5.1. Introducción.	51
5.2. Inserción de la onda EM sinusoidal.	51
5.3. Sustrato con geometría intrínseca triangular.	54
5.4. Inserción de un pulso de Gauss.	63
5.4.1. Comparativa de las geometrías intrínsecas de los sustratos.	64
5.5. Resumen del capítulo.	70
6. Conclusiones.	72
6.1. Conclusiones.	72
6.2. Trabajo futuro.	73

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Fuente emisora S_o , punto P_1 donde se presentan los frentes de onda a un tiempo t_3	7
2.2. Dirección ondas incidente, reflejada y transmitida, ángulos $\theta_i, \theta_r, \theta_t$	10
2.3. Reflexión total interna $\theta_i > \theta_c$, $n_i < n_t$ la onda esta viajando de n_t a n_i . . .	11
3.1. Etiqueta RFID adherida a un producto a identificar.	23
3.2. Etiqueta RFID adherida al sustrato.	23
3.3. Geomeytría con area total de $a^2/3$, y sus diferentes zonas de reflexión. . .	24
3.4. Trayectorias de las ondas incidentes en el sustrato (ángulo de incidencia 45°), con altura $a/3$. I : Superficie donde existe reflexión, II : Superficie donde no cumple la condición.	25
3.5. Geometría con area total de a^2 y una geometría triangular interior de área total $A = a^2/2$	25
3.6. Trayectorias de las ondas incidentes en el sustrato con ángulo de incidencia 45° y con altura $a/3$	26
3.7. Geometría propuesta, diferentes secciones $N0, N1, N2$	27
3.8. Geometría propuesta y cada una de las trayectorias de las ondas electro-magneticas que inciden en el sustrato.	28
3.9. Geometría intrínseca propuesta, diferentes secciones $N0, N1, N2$	29

3.10. Energía reflejada, transmitida y total en el sustrato propuesto para el modo T_{\parallel}	30
3.11. Energía reflejada, transmitida y total en el sustrato propuesto para el modo T_{\perp}	31
4.1. Cuadrícula de diferencias finitas en 1D, i denota el movimiento espacial, n denota el movimiento temporal . Donde el punto en la cuadrícula (i, n) corresponde a la locación (x_i, t^n)	36
4.2. Cuadrícula para los metodos centrado hacia adelante y leapfrog, donde las formas rectangulares representan las derivadas en espacio y las formas circulares las derivadas en el tiempo.	40
4.3. Lugar de los campos eléctrico E y magnético H en la celda de Yee.	42
4.4. Lugar de las componentes E_x , E_y y H_z para el modo TE	46
5.1. Propagación de la onda EM en el espacio libre.	54
5.2. Matriz del sustrato.	55
5.3. Sustrato con geometría triangular intrínseca.	56
5.4. Propagación de la onda EM en sustrato con geometría intrínseca triangular.	57
5.5. Energía del sustrato con geometría triangular intrínseca.	58
5.6. Geometría intrínseca del sustrato con geometría tipo grecas.	58
5.7. Sustrato con geometría intrínseca tipo grecas.	59
5.8. Propagación de la onda EM con sustrato con geometría intrínseca tipo grecas.	60
5.9. Energía del sustrato con geometría intrínseca tipo grecas.	60
5.10. Geometría del sustrato tipo elíptico.	61
5.11. Sustrato con geometría intrínseca tipo elíptica.	61
5.12. Propagación electromagnetica en el sustrato con geometría tipo elipses.	62
5.13. Energía por unidad de area en el sustrato con geometría tipo elíptica.	62

5.14.Comparativa de la energía por unidad de área de los diferentes geometrías de los sustratos con índices de refracción $n_{N1} = 4.16$, $n_{N2} = 1.57$. . .	63
5.15.Propagación de la onda EM gaussian en $t = 300\Delta t$	64
5.16.Propagación de la onda EM gaussian en $t = 500\Delta t$	65
5.17.Propagación de la onda EM gaussian en $t = 800\Delta t$	66
5.18.Energía de la onda EM antes del sustrato con geometría tipo triangular. .	66
5.19.Propagación de la onda EM gaussiana con el sustrato tipo greca.	67
5.20.Propagación de la onda EM gaussiana con el sustrato tipo greca.	67
5.21.Porcentaje de la onda EM gaussiana con el sustrato con geometría tipo greca.	68
5.22.Propagación de la onda EM gaussiana con el sustrato con geometria tipo elipses.	69
5.23.Porcentaje de la onda EM con el sustrato con geometría tipo elíptica. . . .	69
5.24.Comparativa de los sustratos y su propagación electromagnética para una onda senoidal.	70
5.25.Comparativa de los sustratos y su propagación electromagnética para una onda gaussiana.	71

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN.

El uso de la tecnología de identificación por radio frecuencia se ha incrementado en la última década, debido al rápido progreso y desarrollo del campo de las comunicaciones inalámbricas lo que ha hecho posible el rastreo e identificación de productos y/o materiales por la vía inalámbrica. El sistema RFID se compone principalmente por el lector y la etiqueta (también conocida como tag). Los sistemas pasivos operan con el principio de dispersión en comunicaciones con la etiqueta reuniendo energía desde una onda electromagnética transmitida directamente desde el lector de esta forma usando la energía para activar el microchip [1], el cual guarda en su interior un código de identificación (ID). En las diversas aplicaciones RFID, las etiquetas pasivas son usualmente adheridas a los objetos que se pretenden rastrear. Al circular una onda electromagnética a través de la antena o etiqueta, se produce un flujo magnético que induce una fuerza electromotriz (FEM) en la etiqueta RFID, acorde a la ley de inducción electromagnética de Faraday [2]. Debido a la cercanía de las etiquetas a objetos de diversos materiales i.e. metal, agua, etc., con conductividad eléctrica finita, la FEM inducida en la RFID es disminuida, generalmente a un nivel en el cual la antena no es capaz de responder al lector, interpretando este bajo nivel como interferencia electromagnética entre el lector y la antena [3]. Debido a esta disminución de energía en

la antena se han propuesto diferentes diseños de antenas RFID principalmente para objetos metálicos [4, 5, 6], así como algunos sustratos [7], formando un área de estudio para el diseño y comportamiento de un sustrato que evita la interferencia electromagnética, conservando la cantidad de energía suficiente para que exista comunicación entre la etiqueta y el lector. En este trabajo se propone un sustrato con una estructura geométrica intrínseca, formada por diferentes índices de refracción para lo cual dicha geometría es capaz de retener la mayor cantidad de energía en el sustrato, proveniente de las ondas electromagnéticas que circulan en el cuerpo de la antena, de esta forma se pretende que la etiqueta RFID alcance la energía adecuada para realizar la comunicación.

1.1. Objetivos.

El objetivo general del proyecto es diseñar un sustrato con una geometría de materiales intrínseca el cual dirija o refleje la mayor cantidad de energía hacia la antena RFID, reduciendo la interferencia electromagnética que se genera en la etiqueta al adherirse al material del producto que se requiere identificar.

Objetivos particulares:

- Diseñar un sustrato con una geometría intrínseca que dirija la mayor cantidad de energía hacia la etiqueta RFID.
- Realizar cálculos numéricos para el diseño del sustrato con una reflexión total interna mediante cambios en los índices de refracción de los materiales que lo conforman por medio de la teoría de rayos.
- Seleccionar en un método de propagación electromagnética para obtener los cálculos numéricos que corroboren la reflexión total interna en el sustrato.
- Obtener la cantidad de energía reflejada y transmitida al utilizar el sustrato como reflector de la energía electromagnética en la antena.

1.2. Metodología.

- Revisar bibliográfica adecuada para conocer el estado del arte.
- Proponer un sustrato haciendo uso de la teoría de rayos.
- Realizar un análisis numérico de la trayectorias mediante la teoría de rayos.
- Realizar un análisis numérico de la propagación electromagnética mediante el método que este basado en la teoría electromagnética.
- Realizar diferentes geometrías intrínsecas para el sustrato propuesto.
- Analizar resultados obtenidos para diferentes geometrías del sustrato.

1.3. Sinopsis de la Tesis.

En el segundo capítulo, se presenta en un inicio con los principios de la ondas electromagnéticas mediante teoría de rayos. Se explican concepto de una onda electromagnética (EM) cuando se comporta como un rayo. Se detalla la propagación EM entre dos medios de diferentes índices de refracción. Se introduce el concepto de reflexión total interna, así como la reflectancia y transmitancia de un medio a otro.

El tercer capítulo describe el diseño del sustrato mediante la teoría de rayos presentada en el Capítulo 2. Se presentan tres diferentes geometrías en los cuales solo una de estas presenta las condiciones adecuadas para la reflexión total interna. Se obtiene la trayectoria de las ondas EM dentro del sustrato y la cantidad de energía que refleja la geometría intrínseca propuesta.

En el cuarto capítulo se describe el método de Diferencia Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) utilizado para corroborar la reflexión en la geometría propuesta. Se explica el concepto del FDTD y el uso del algoritmo de Yee para el método. Además, se

explican las ecuaciones de Maxwell de forma discreta en el dominio del tiempo utilizadas para el método FDTD.

El quinto capítulo describe la fuente que se utiliza para el método FDTD y las condiciones de contorno para los cálculos numéricos en el área de propagación utilizando una UPML. Se describen los resultados obtenidos al aplicar el método FDTD a diferentes tipos de sustratos, uno de ellos explicado en el Capítulo 3.

Finalmente en el sexto capítulo se exponen los resultados y conclusiones más importantes obtenidos en este trabajo de tesis.

CAPÍTULO 2

TEORÍA DE RAYOS.

2.1. Introducción.

Las ondas EM son un fenómeno ondulatorio descrito por la misma teoría que gobierna todas las formas de radiación electromagnética [8]. Cuando se caracteriza a una onda electromagnética (EM) como un rayo se asume que su longitud de onda tiende a cero $\lambda \rightarrow 0$. Estas ondas o rayos pueden viajar de un medio de propagación a otro.

El concepto de rayo se utiliza cuando las ondas electromagnéticas (EM) son representadas como curvas en el espacio que corresponden a la trayectoria en la que se propaga la energía. Cuando las ondas se propagan a través del espacio en el cual las dimensiones son mucho mayor que la longitud de onda (λ) de los campos electromagnéticos, su comportamiento puede ser definido como rayos.

2.2. Principios de la teoría de rayos.

Las ondas electromagnéticas, tienen un comportamiento de campos acoplados perpendicularmente viajando en una misma dirección de propagación, estos campos son el campo eléctrico y el campo magnético que se describen como E y H . Además las ondas electromagnéticas en la teoría de rayos se representan como tres vectores

perpendiculares entre si, dos de ellos son las magnitudes de los campos eléctrico y magnético E , H , el tercer vector representa la dirección de propagación \mathbf{k} del campo electromagnético [9].

La condición que verifica la aplicación de la Teoría de Rayos en la propagación de las ondas electromagnéticas entre diferentes medios de propagación es:

$$D \gg \lambda_0 \gg d, \quad (2.1)$$

donde D es la longitud del medio en que se propaga la onda electromagnética a analizar, descrito de otra forma sera necesario abarcar un gran numero de longitudes de onda de un punto x_0 a un punto x_1 , λ_0 es la longitud de onda en el vacío y d es la distancia entre los átomos que conforman el medio por el cual la perturbación viaja de un punto x_0 a x_1 . Un medio de propagación se define como el espacio mediante el cual una onda electromagnética viaja de un punto a otro, las ondas electromagnéticas planas [10], se describen como:

$$E(r, t) = E_{0i} e^{i(\mathbf{k}(\mathbf{r}) - w_i t)}, \quad (2.2)$$

una vez obtenida su parte real se obtiene lo siguiente,

$$E_i = E_{0i} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - w_i t), \quad (2.3)$$

donde E_{0i} es el campo eléctrico incidente, \mathbf{k} es el vector de propagación de las ondas, \mathbf{r} es la magnitud de la onda que avanza según la relación de su frecuencia radial y el tiempo $w_i t$.

Al considerar la teoría de rayos, se representa la dirección de propagación de una onda electromagnética en un punto alejado de la fuente emisora S_0 , donde esta onda o perturbación, debido a la distancia que se tiene desde un punto P_0 se considera un frente de onda plano en el punto en P_1 como se ilustra en la figura 2.1, donde el plano

del frente de onda se forma por los vectores de campo \mathbf{E} y \mathbf{H} en dirección \mathbf{k} .

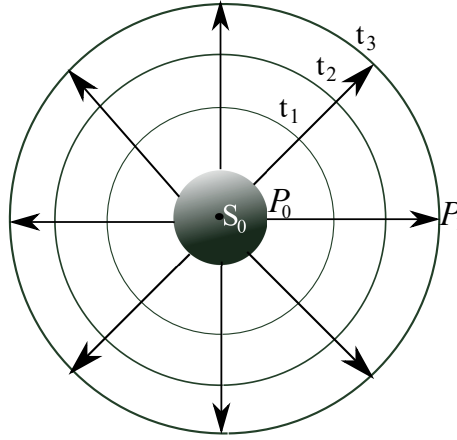


Figura 2.1. Fuente emisora S_0 , punto P_1 donde se presentan los frentes de onda a un tiempo t_3 .

En la figura 2.1 se muestran las trayectorias mismas que representan la dirección de un frente de onda esférico el cual es originado de una fuente puntual de la misma forma. Se observa que los rayos son perpendiculares a la fuente y a los frentes de onda planos en un tiempo dado t_i , esta geometría es verdadera para cualquier medio isótropo sea o no homogéneo. Se denomina medio isótropo a aquel que conserva sus propiedades físicas en todas direcciones y medio homogéneo es aquel que su índice de refracción es igual en la totalidad de su área.

Las ondas electromagnéticas son capaces de propagarse en diferentes medios ya sean isotropos, homogéneos o no homogéneos y lineales, la forma en que se propaga depende del material que este constituido el medio de propagación donde las ondas electromagnéticas viajen o incidan según sea el caso.

2.3. Propagación de una onda EM entre dos medios.

Cuando una onda electromagnética se propaga a través de un medio representado por su índice de refracción n_1 , al llegar a la frontera con un segundo medio con un índice de refracción diferente n_2 se deben considerar las siguientes condiciones [11] :

1. La frecuencia de la onda no cambia al cruzar de un medio con un índice de re-

fracción n_1 a un medio con un índice de refracción diferente n_2 , esta condición se mantiene cuando los medios son lineales. En un medio no lineal, los armónicos de las ondas EM aumenta considerablemente.

2. La longitud de onda se expande o contrae en un medio de acuerdo con la siguiente relación:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad (2.4)$$

la longitud de onda se contrae cuando la onda incide en un medio con mayor índice de refracción y expande cuando la onda incide en un medio con un menor índice de refracción.

3. Las componentes tangencial de \mathbf{E} y \mathbf{H} se mantiene al cruzar la frontera entre los diferentes medios n_1 y n_2 .
4. Las componentes normales de flujo eléctrico y magnético representados como \mathbf{D} y \mathbf{H} se mantienen continuos.

El campo eléctrico E se relaciona con el voltaje V , así como el campo magnético H se relaciona con la corriente I , entonces la relación E/H se establece frecuentemente como la impedancia $R = V/I$. Es apropiado decir que la impedancia intrínseca es la razón de cambio del campo eléctrico E a el campo magnético H de una onda plana en un medio, es decir $\eta = E/H$.

Cada ángulo y amplitud se rige por las condiciones ya mencionadas las primeras dos para la frecuencia y la longitud de onda, las restantes son para representar la continuidad de las ecuaciones de Maxwell.

2.4. Ley de Snell.

Cuando se tiene una onda electromagnética variante en tiempo y espacio, al pasar de un medio a otro medio de propagación con propiedades diferentes, las características de la onda como su ángulo de incidencia, transmisión y reflexión, mantienen su

forma vectorial, sin embargo cambia su dirección . Para satisfacer las condiciones de continuidad de la longitud de onda a lo largo de la frontera entre dos medios (superficie de contacto) se debe de tener la misma variación temporal y espacial [11],

$$\lambda_{zi} = \lambda_{zr} = \lambda_{zt}, \quad (2.5)$$

donde λ_{zi} , λ_{zt} , λ_{zr} son las longitudes de onda en el plano de incidencia, transmisión y reflexión respectivamente de las ondas, en dirección z . Para satisfacer la relación de acoplamiento de la longitud de onda de acuerdo con la ecuación (2.4) con respecto a las direcciones de su onda transmitida y reflejada, como se aprecia en la figura 2.2, donde al incrementar el ángulo de incidencia θ_i de 0 a π , la longitud de onda λ decrece a lo largo del eje de propagación. La relación para el ajuste de longitudes de onda es la siguiente:

$$\frac{\lambda_i}{\sin\theta_i} = \frac{\lambda_r}{\sin\theta_r} = \frac{\lambda_t}{\sin\theta_t}. \quad (2.6)$$

En la ecuación (2.6) se asume que el ángulo de incidencia θ_i y el de reflexión θ_r son iguales. Al sustituir la ecuación (2.6) en (2.4) se obtiene,

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t, \quad (2.7)$$

esta expresión es mejor conocida como *Ley de Snell*.

El medio de propagación de las ondas electromagnéticas se caracterizan por su índice de refracción, representado como $n_i \geq 1$. El *índice de refracción* [10] es el cambio de la velocidad de la luz entre el espacio libre y un medio de propagación diferente, se obtiene de la relación:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}, \quad (2.8)$$

donde c es la velocidad de la luz en el espacio libre comúnmente aire, v la velocidad

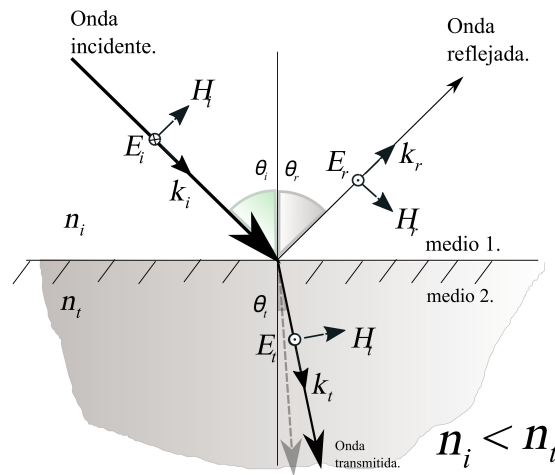


Figura 2.2. Dirección ondas incidente, reflejada y transmitida, ángulos θ_i , θ_r , θ_t .

de la onda EM en el medio por el que se propaga diferente a el espacio libre.

Cuando las ondas viajan de un medio a otro, la reflexión y refracción toman lugar en la frontera entre los dos medios. Una porción de la onda es reflejada en el primer medio, el resto de la energía de la onda es refractado (transmitido) hacia el segundo medio. El ángulo de la onda transmitida es menor al ángulo de la onda incidente solo cuando se presenta la siguiente condición $n_1 < n_2$. La transmisión entre dos medios de propagación tiene un limite el cual esta dado por el ángulo de incidencia de la trayectoria de la onda y el material que conforma los diferentes medios donde se propaga. A la acción cuando la dirección de la onda electromagnética cambia se le conoce como *refracción*.

2.4.1. Reflexión total interna.

Cuando una onda electromagnética incide desde un medio denso (con un mayor índice de refracción n_i) hacia un medio menos denso (con un índice de refracción menor n_t) como se muestra en la figura 2.3, si y solo si $n_i < n_t$, el ángulo de transmisión sera mayor al incidente, por lo que existe un cambio en el ángulo de la onda transmi-

da a partir de este punto que alcanza los 90° , en este punto toma lugar la *reflexión total interna* [10, 12], el ángulo de la reflexión total interna se rige por la ley de la reflexión [13]. El ángulo en el cual la reflexión total interna comienza se le llama ángulo crítico θ_c a partir de la ley de Snell dada por la ecuación (2.7) donde $n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin(\pi/2)$ [8, 14], se obtiene el ángulo crítico dado por la siguiente ecuación:

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right), \quad (2.9)$$

donde n_i es el índice de refracción del medio incidente, n_t es el índice de refracción del medio transmitido, cuando el ángulo incidente θ_i se aproxima a el ángulo crítico θ_c , el ángulo de transmisión de la onda EM θ_t tiende a ser paralelo a la interfaz entre los dos medios. Sin embargo, la magnitud de la onda transmitida con dirección paralela es la misma que el campo en la frontera del medio n_1 (más denso), pero la amplitud de esta onda decae rápidamente a medida que se aleja de la frontera del medio n_2 (menos denso), a este fenómeno se le conoce como *onda evanescente* [10], la cual se mantiene en la frontera entre los dos medios. Además la onda evanescente se mueve a lo largo de la frontera en dirección z a la misma velocidad de la onda incidente a fin de mantener la misma fase.

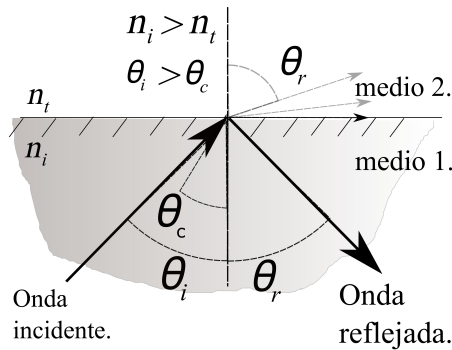


Figura 2.3. Reflexión total interna $\theta_i > \theta_c$, $n_i < n_t$ la onda esta viajando de n_t a n_i .

Las ondas EM además de cambiar su trayectoria entre dos medios de propagación también sus coeficientes de reflexión y transmisión dependen de los ángulos de inci-

dencia.

2.5. Coeficientes de Transmisión y Reflexión.

El coeficiente de transmisión t_E se presenta como la razón del campo eléctrico de la onda transmitida E_t a el campo eléctrico de la onda incidente E_i . Además el coeficiente de reflexión del campo eléctrico r_E es la razón del campo eléctrico de la onda reflejada E_r , al campo eléctrico de la onda incidente E_i . De forma análoga se obtiene a los coeficientes t_h y r_h para el campo magnético H .

Cuando la dirección de propagación de la onda viaja perpendicular a la frontera que existe entre dos medios, se dice que esta onda incide de forma normal a la frontera, ambos campos E y H serán paralelos a la interfaz de incidencia.

Las condiciones de frontera describen las componentes de campo eléctrico E y magnético H son tangenciales a lo largo de la frontera entre dos medios, entonces en términos de teoría electromagnética, la razón de energía contenida entre su forma electrica y su forma de energía magnetica es cambiada en la frontera entre dos medios dependiendo su impedancia intrínseca [11] :

$$\frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{H}_i} = \frac{\mathbf{E}_r}{\mathbf{H}_r} = \eta_i \quad (2.10)$$

donde η_1 es la impedancia del medio incidente $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}} = \frac{\eta_0}{\eta_1}$, \mathbf{E}_i y \mathbf{H}_i son el campo eléctrico y el campo magnético de la onda incidente, \mathbf{E}_r y \mathbf{H}_r son el campo eléctrico y magnético de la onda reflejada. Ambas ondas EM se encuentran en el medio de propagación incidente. La impedancia intrínseca en el vacío se describe como:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad (2.11)$$

donde μ_0 es la permeabilidad en el espacio libre, ϵ_0 es la permitividad en el espacio libre. Además, para el segundo medio de propagación la impedancia intrínseca η_2 se obtiene mediante la siguiente ecuación,

$$\frac{\mathbf{E}_t}{\mathbf{H}_t} = \eta_2 \quad (2.12)$$

por lo tanto se deducen los vectores del campo eléctrico como sigue,

$$\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_t, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{H}_i - \mathbf{H}_r = \mathbf{H}_t. \quad (2.14)$$

De las ecuaciones (2.10) y (2.13) se obtiene la siguiente ecuación :

$$\eta_i H_i + \eta_r H_r = \eta_t H_t, \quad (2.15)$$

de igual forma también se obtiene con la ecuaciones (2.10) y (2.14),

$$\frac{E_i}{\eta_i} - \frac{E_r}{\eta_r} = \frac{E_t}{\eta_t}, \quad (2.16)$$

de la misma forma se obtienen las cantidades de los coeficientes de reflexión y transmisión r_E, r_H, t_E y t_H ,

$$r_E = r_H = \frac{E_r}{E_i} = \frac{H_r}{H_i} = \frac{\eta_t - \eta_i}{\eta_t + \eta_i}, \quad (2.17)$$

$$t_E = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2\eta_t}{\eta_t + \eta_i}, \quad (2.18)$$

$$t_H = \frac{H_t}{H_i} = \frac{2\eta_i}{\eta_t + \eta_i}, \quad (2.19)$$

A partir de esta sección se utilizara el índice de refracción n para representar el cambio de medio de propagación, donde se asume que $\mu_i = \mu_t$ y $\eta_i = \frac{\eta_0}{ni}$, $\eta_t = \frac{\eta_0}{nt}$ de esta forma se reescriben las ecuaciones anteriores como:

$$r_E = r_H = \frac{E_r}{E_i} = \frac{H_r}{H_i} = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t}, \quad (2.20)$$

$$t_E = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2n_i}{n_i + n_t}, \quad (2.21)$$

$$t_H = \frac{H_t}{H_i} = \frac{2n_t}{n_i + n_t}, \quad (2.22)$$

Cuando el índice de refracción del segundo medio es mayor al índice de refracción del primer medio de propagación $n_t > n_i$ se deduce de la ley de Snell que el ángulo incidente es mayor al ángulo transmitido ($\theta_i > \theta_t$).

2.5.1. Conservación de energía.

Acorde a la ley de la conservación de la energía, cuando la energía incidente en un área determinada tiene que ser idéntica a la energía que emerge de la misma área. Si esto no se cumple, la energía se acumularía, resultando en una creciente acumulación de energía en la frontera entre dos medios. Existe dos factores a considerar para la energía entre dos medio de propagación [11]:

1. Si la amplitud del campo eléctrico E es el mismo, la energía de la onda es diferente, si el medio en el cual la onda se esta propagando es diferente.
2. El flujo de energía que pasa mediante el área definida por la onda en la interfaz depende de la dirección de incidencia.

2.5.1.1. Ecuaciones de Fresnel.

Existen dos polarizaciones del campo eléctrico las cuales son, las componente del campo eléctrico E en el plano de incidencia de forma paralela, también la componente del campo eléctrico E de forma perpendicular al plano de incidencia, por lo que da lugar a la polarización paralela y perpendicular respectivamente. Por conveniencia se

toma la dirección del vector de *Poynting* [15] \mathbf{S} ($\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$) que coincida con la dirección de propagación de las ondas incidente, reflejada y transmitida cada uno con su respectivo vector $\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_t, \mathbf{s}_r$.

Existe relación entre las fases de los campos $E_i(r, t)$, $E_t(r, t)$, $E_r(r, t)$ en la frontera entre dos medios, también una interdependencia compartida en las amplitudes E_{0i} , E_{0r} y E_{0t} , con este fin se supone una onda incidente monocromática en una superficie plana entre dos medios. Cualquiera que sea su polarización los componentes de los campos eléctrico E y magnético H se tratan por separado.

Si el campo eléctrico E es perpendicular al plano de incidencia y el campo magnético H es paralelo al plano de incidencia [10], se sabe que $E = \nu B$ donde $H = \mu^{-1}B$ entonces,

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \nu B \quad (2.23)$$

y

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.24)$$

al hacer uso de la continuidad tangencial de cada uno de los componentes del campo \mathbf{E} se obtiene nuevamente la condición en cualquier tiempo y punto,

$$E_{0i} + E_{0r} = E_{0t}, \quad (2.25)$$

aunque la componente tangencial del campo eléctrico E es continuo cruzando la frontera, su normal no sera continua. En lugar de esto la componente normal del producto ϵE es el mismo en cada uno de los bordes de la interfaz entre los dos medios de propagación. De igual forma también es paralelo al campo magnético B , su componente normal es continua a lo largo de la frontera, como su componente tangencial $\mu^{-1}B$. La continuidad tangencial de los componentes de B/μ requiere que

$$-\frac{B_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{B_r}{\mu_r} \cos \theta_r = -\frac{B_t}{\mu_t} \cos \theta_t, \quad (2.26)$$

la ecuación (2.26) indica las magnitudes de B/μ paralelo a la interfaz en el medio incidente la parte izquierda de la igualdad y el medio transmitido la parte derecha de la identidad. Los signos positivos indican la dirección positiva de los componentes del campo magnético B . En que la ecuación (2.23) se indica el campo eléctrico E en función del campo magnético B , entonces se tiene ;

$$B_i = E_i / v_i, \quad (2.27)$$

$$B_r = E_r / v_r, \quad (2.28)$$

$$B_t = E_t / v_t. \quad (2.29)$$

Si la velocidad y los ángulos de las ondas incidente y refractada son iguales la ecuación (2.26) se escribe de la siguiente forma;

$$\frac{1}{\mu_i v_i} (E_i - E_r) \cos \theta_i = \frac{1}{\mu_i v_i} E_t \cos \theta_t, \quad (2.30)$$

Utilizando la ecuación (2.3) y recordando que los cosenos son iguales entre si en $y = 0$ se obtiene que ;

$$\frac{n_i}{\mu_i} (E_{0i} - E_{ri}) \cos \theta_i = \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t, \quad (2.31)$$

usando la ecuación (2.13) se obtiene ;

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i - \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}, \quad (2.32)$$

y

$$\left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2 \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}. \quad (2.33)$$

Estas dos expresiones las cuales son declaraciones generales para un medio lineal, homogéneo e isotropo son dos ecuaciones de Fresnel. Son frecuentemente utilizadas

para dieléctricos en los cuales las permeabilidades de los medios son casi iguales $\mu_i \approx \mu_r \approx \mu_t$. Entonces de la razón de cambio que existe entre los campos eléctricos E de las ondas incidente, reflejada y transmitida, se obtiene que,

$$r_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right) = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \quad (2.34)$$

y

$$t_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right) = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \quad (2.35)$$

donde r_{\perp} es la amplitud del coeficiente de reflexión y t_{\perp} es la amplitud del coeficiente de reflexión.

Para el caso en donde el campo eléctrico E es paralelo al plano incidente, al igual que en el caso anterior la continuidad de las componentes tangenciales del campo eléctrico E en ambos lados de la frontera entre dos medios se obtiene,

$$E_{0i} \cos \theta_i - E_{0r} \cos \theta_r = E_{0t} \cos \theta_t, \quad (2.36)$$

de igual forma se obtienen las ecuaciones de continuidad tangencial de los componentes de B/μ ;

$$\frac{1}{\mu_i \nu_i} E_{0i} + \frac{1}{\mu_r \nu_r} E_{0r} = \frac{1}{\mu_t \nu_t} E_{0t}, \quad (2.37)$$

asumiendo que $\mu_i = \mu_r$ y $\theta_i = \theta_r$, de esta forma es posible combinar estas ecuaciones para obtener las dos ecuaciones de Fresnel restantes;

$$r_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{\frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i - \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}, \quad (2.38)$$

y

$$t_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}. \quad (2.39)$$

Si ambos medios que forman una frontera son dieléctricos no magnéticos, los coeficientes se representan de la forma siguiente:

$$r_{\parallel} \equiv \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}, \quad (2.40)$$

y

$$t_{\parallel} \equiv \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}. \quad (2.41)$$

Para simplificar las ecuaciones anteriores se utiliza la ley de Snell, donde las ecuaciones de Fresnel para medios dieléctricos quedan de la siguiente forma,

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}, \quad (2.42)$$

$$r_{\parallel} = +\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}, \quad (2.43)$$

$$t_{\perp} = +\frac{2\sin(\theta_t \cos \theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}, \quad (2.44)$$

$$t_{\parallel} = +\frac{2\sin(\theta_t \cos \theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}. \quad (2.45)$$

Las ecuaciones (2.42) y (2.44) verifican que :

$$1 + (-r_{\perp}) = t_{\perp}, \quad (2.46)$$

como se aprecia en la ecuación (2.46) al multiplicar ambos lados de la igualdad por el campo E_i . El lado derecho de la ecuación representa la componente tangencial del campo por encima de la interfaz, y el lado izquierdo de la ecuación lo mismo pero por debajo de la interfaz. Esta condición no es igual para las magnitudes de la relación entre r_{\parallel} y t_{\parallel} .

En la ecuación (2.42) se observa que el coeficiente de r_{\perp} se mantiene negativo en

toda la gama de ángulos incidentes θ_i cuando se cumple que $n_t > n_i$, el signo de r_\perp se asocia con las direcciones relativas de los campos E_{0i} y E_{0r} . Por lo tanto el signo de r_\perp indica que existe un cambio de fase π con respecto a el campo E_{0t} , a su vez es anti paralelo a el campo E_{0t} . Entonces la componente del campo normal al plano de incidencia sufre un cambio de fase en la reflexión cuando el medio n_i es menor que el medio n_t .

2.5.1.2. Flujo de energía.

La tasa de tiempo del flujo de la energía electromagnética por unidad de área esta dada por el vector de Poyting \mathbf{S} [15], esta dado por la siguiente relación;

$$\mathbf{S} = c^2 \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}. \quad (2.47)$$

Además la densidad de flujo radiada [10] esta dada por ;

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2. \quad (2.48)$$

conocida como la energía por unidad de tiempo cruzando a través de un área normal al vector de Poyting \mathbf{S} (en los medio isotrópicos los cuales se denominan así porque mantienen sus propiedades físicas en todas direcciones, \mathbf{S} es paralelo a la dirección de propagación \mathbf{k}). Si la energía reflejada esta dada por $I_r \text{Acos}\theta_r$ y $I_t \text{Acos}\theta_t$ es la energía transmitida a un segundo medio. La reflectancia R se define como la razón de la energía reflejada (o flujo) a la energía incidente ;

$$R \equiv \frac{I_r \text{Acos}\theta_r}{I_i \text{Acos}\theta_i} = \frac{I_r}{I_i}, \quad (2.49)$$

de igual forma para la transmitancia T definida como la razón de flujo transmitido del flujo incidente se representa por ;

$$T \equiv \frac{I_t \cos \theta_t}{I_i \cos \theta_i}, \quad (2.50)$$

el cociente en ambas ecuaciones (2.50) y (2.49) I_r/I_i es igual a $(\nu_r \epsilon_r E_{0r}^2/2)/(\nu_i \epsilon_i E_{0i}^2/2)$ y como ambas ondas incidente y reflejada están en el mismo medio $\nu_r = \nu_i$ y $\epsilon_r = \epsilon_i$, la igualdad resulta en:

$$R = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)^2 = r^2, \quad (2.51)$$

y asumiendo que $\mu_i = \mu_t = \mu_0$ se tiene T de la siguiente forma;

$$T = \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)^2 = \left(\frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right) t^2, \quad (2.52)$$

el valor de T depende de la dirección de polarización. Para transversal eléctrico (T_{\parallel}) y transversal magnético (T_{\perp}). De forma análoga para el valor de R .

Ahora se describe la expresión para la conservación de la energía. El flujo de energía que entra en un área A por unidad de tiempo debe ser igual a la cantidad de energía por unidad de tiempo que sale de la misma área A :

$$I_i A \cos \theta_i = I_t A \cos \theta_t + I_r A \cos \theta_r \quad (2.53)$$

esto es también dado por ,

$$1 = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right) + \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)^2 \quad (2.54)$$

de forma más simple como $R + T = 1$, en cada una de las formas de polarización de la onda como $R_{\perp} + T_{\perp} = 1$, $R_{\parallel} + T_{\parallel} = 1$.

2.6. Resumen del capítulo.

En el presente capítulo se abordaron las características de la teoría de rayos, la cual explica cual es el comportamiento de una onda electromagnética tratada en forma de rayo debido a su longitud de onda mucho menor a las dimensiones del medio de pro-

pagación. También el comportamiento de las ondas EM cuando cambian de un medio de propagación a otro con un índice de refracción diferente y el ángulo en que incide cada una de las ondas EM. Así como la cantidad de energía reflejada y transmitida cuando las ondas EM viajan de un medio de propagación a otro.

CAPÍTULO 3

DISEÑO DEL SUSTRATO.

3.1. Introducción.

En el anterior capítulo se presenta la teoría de rayos la cual se utilizará en el actual capítulo como método para diseñar un sustrato con una geometría intrínseca con diferentes índices de refracción, apta para reflejar desde su interior la mayor cantidad de energía.

El sustrato que se requiere diseñar debe tener la propiedad de reflejar la energía que incide en su interior, en dirección a la misma zona de contacto. De esta forma mantener la energía necesaria para que la etiqueta RFID acoplada en la superficie del sustrato continúe con su funcionamiento apropiado, ya que al adherir una etiqueta a la superficie del material del producto a identificar, la dirección de las ondas electromagnéticas se acoplan a la superficie produciéndose una interferencia electromagnética en la etiqueta, como se muestra en la figura 3.1.

3.2. Diseño de la geometría del sustrato.

Se llama geometría a la colocación de diferentes índices de refracción, de cada uno de los materiales de los que se forma el sustrato propuesto. Se aplica la ley de Snell

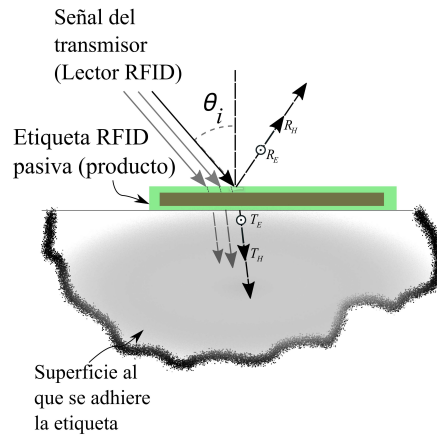


Figura 3.1. Etiqueta RFID adherida a un producto a identificar.

descrita en la ecuación (2.7) y de esta forma se relacionan cada uno de los ángulos que incide en cada uno de los niveles o zonas de la geometría del sustrato, obteniendo su ángulo transmitido hacia el siguiente nivel.

El sustrato debe de cubrir la superficie proporcionada por la etiqueta RFID, que a su vez actúe como aislante entre la etiqueta RFID y la superficie del producto en la cual se adhiere, como se muestra en la figura 3.2.

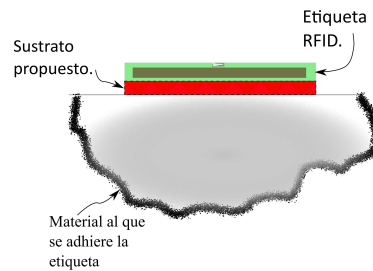


Figura 3.2. Etiqueta RFID adherida al sustrato.

Para diseñar el sustrato, se seleccionaron diferentes índices de refracción en los materiales que conforman el sustrato, el perfil principal del sustrato es de apariencia rectangular, con una altura principal a y de longitud l , donde esta longitud del sustrato se dividió por zonas mas pequeñas m con un área total de $a * (l/m)$. Se realizaron diferentes configuraciones para la geometría intrínseca que se compone principalmente

por una figura geométrica triangular en los que se cambiaron sus ángulos interiores conforme se tomaron diferentes alturas del sustrato ($a, a/2, a/3$). Las principales configuraciones que se realizaron son descritas a continuación :

- En la primera configuración del sustrato se establecen las dimensiones; altura $a/3$ y longitud a donde corresponde un área total de $A = a^2/3$. La configuración interna del sustrato posee un perfil triangular donde sus ángulos interiores, mantienen magnitudes de 112.67° para el ángulo mayor y 33.66° para los dos restantes, con una altura $a/3$ y longitud a donde se estima un área de $A = a^2/6$ como se observa en la figura 3.3,

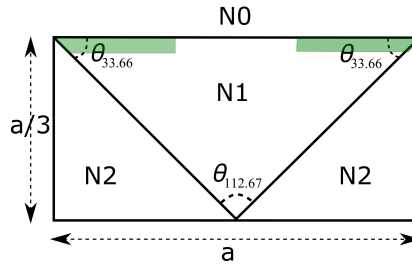


Figura 3.3. Geomeytría con area total de $a^2/3$, y sus diferentes zonas de reflexión.

Sin embargo en esta configuración se alcanza la reflexión total interna solo en el 44% de la longitud total de la superficie de contacto donde inciden las trayectorias \mathbf{k} de las ondas electromagnéticas (área sombreada verde), ya que los ángulos que inciden fuera de esta zona una vez dentro de la sección $N1$ no superan los ángulos críticos para que exista la reflexión en la frontera correspondiente $N1 - N2$ como se muestra en la figura 3.4, por ejemplo en un sustrato de longitud $a = 10mm$, altura $a/3 = 3.33mm$, la longitud total para la cual la onda seria reflejada hacia la superficie de contacto seria de $2.24mm$ en cada extremo del sustrato obteniendo solo el porcentaje ya mencionado del total de la superficie de contacto.

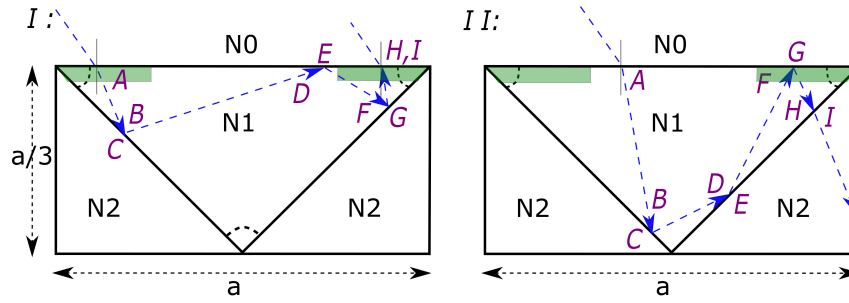


Figura 3.4. Trayectorias de las ondas incidentes en el sustrato (ángulo de incidencia 45°), con altura $a/3$.

I : Superficie donde existe reflexión, **II :** Superficie donde no cumple la condición.

- En la segunda configuración el sustrato tiene una longitud a y altura a con un área total del sustrato de $A = a^2$, los ángulos interiores del área triangular son de magnitud 53.13, 63.43 y 63.43, donde se estima un área de $A = a^2/2$ para la zona triangular, como se muestra en la figura 3.5.

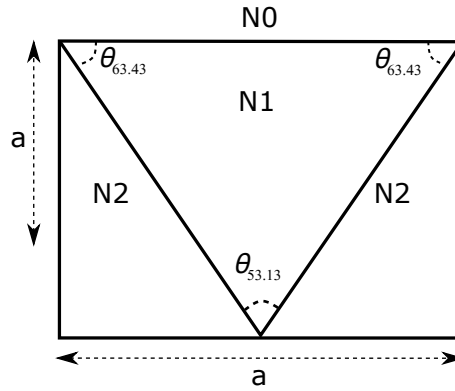


Figura 3.5. Geometría con area total de a^2 y una geometría triangular interior de área total $A = a^2/2$.

De esta forma se obtiene que la reflexión total interna en la geometría mencionada no se logra alcanzar en la frontera entre las zonas $N0 - N1$, ya que la trayectoria \mathbf{k} de las ondas al propagarse por la zona $N1$ al llegar a la superficie de contacto entre las zonas $N1 - N2$, no superan el ángulo crítico $\theta_{c,N1-N2}$ por lo que la reflexión total interna no existe. La figura 3.6 muestra la zona como se comportan las trayectorias de las ondas dentro del sustrato.

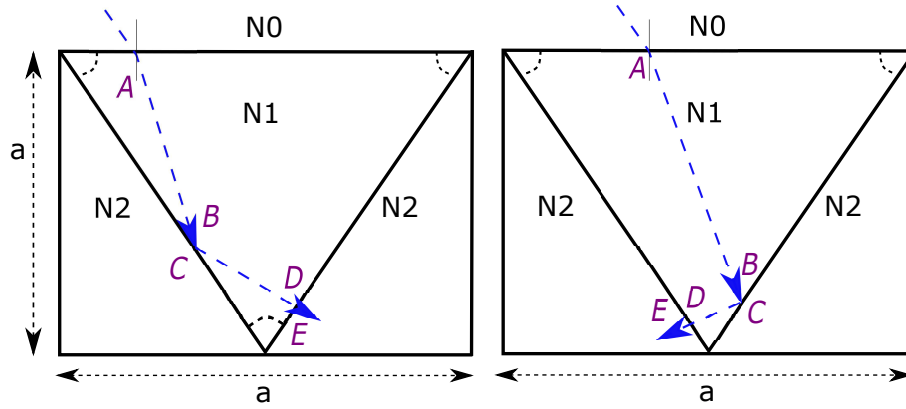


Figura 3.6. Trayectorias de las ondas incidentes en el sustrato con ángulo de incidencia 45° y con altura $a/3$.

- La ultima geometría que se estudio alcanzo la reflexión total interna en cada uno de sus punto de contacto dentro del sustrato. La geometría intrínseca se explica a detalle en la siguiente sección.

3.3. Geometría intrínseca propuesta del sustrato.

La configuración del sustrato propuesto posee una geometría en su contorno constituida por una altura a y longitud $2a$ obteniendo un área total de $A_S = 2a^2$, la geometría intrínseca del sustrato esta formada por un triángulo con dos de sus lados de igual dimensión, de altura a y base $2a$. Sin embargo la base de este triángulo debe coincidir con la interfaz de incidencia de la onda electromagnética entre el espacio libre y el sustrato como se muestra en la figura 3.7. El área triangular intrínseca de $A_{Si} = a^2$ esta compuesta por un diferente índice de refracción al resto del área del sustrato, debido a esta diferencia de índices se obtiene una reflexión total interna entre la interfaz de los diferentes niveles o zonas que conforman el sustrato, ya que la onda EM viaja de un medio con índice de refracción más denso a otro medio con un índice de refracción menos denso. Mediante la ecuación (2.9) se calcula el ángulo crítico y se obtienen los índices de refracción correspondientes para que el ángulo crítico sea menor a el ángulo de incidencia en cada uno de las secciones. Los ángulos para que exista la reflexión total interna son de $\pi/2$ el ángulo mayor y $\pi/4$ para los ángulos restantes.

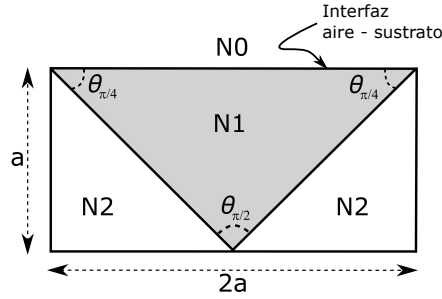


Figura 3.7. Geometría propuesta, diferentes secciones $N0$, $N1$, $N2$.

Al realizar los cálculos numéricos mediante la ecuación (2.7) en la primera zona $N1$ con respecto a la parte superior en este caso aire la cual se representa por la zona $N0$, se obtienen ángulos de transmisión θ_t menores a $\pi/4$ con respecto al vector normal a la superficie de incidencia. Los ángulos obtenidos son debido a que el índice de refracción representado por n_1 de la zona $N1$ es mayor a el índice de refracción n_0 de la zona $N0$.

Los ángulos incidentes entre las zonas $N1$ y $N2$ son mayores a su ángulo crítico $\theta_{c,N1-N2}$, debido a el cambio de $\pi/4$ en la interfaz de incidencia entre las zonas $N1$ y $N2$. El cambio en la normal se debe al ángulo que corresponde a el área triangular de la zona $N1$. Sin embargo para que la alteración en la normal sea eficiente la zona $N1$ tiene que cumplir con la siguiente condición $N1 \geq 2.65N2$, para que exista reflexión total interna en el total de la zona $N1$.

Las trayectorias que se obtienen en el sustrato propuesto con las zonas y dimensiones mencionadas se calcularon por teoría de rayos, haciendo uso de cada una de las ecuaciones necesarias para el modelado de la geometría propuesta, cada uno de los vectores de trayectoria \mathbf{k} es representado por una línea dentro del sustrato que indica cual es el punto de incidencia, transmisión y/o reflexión de cada uno de los vectores \mathbf{k} dentro del sustrato propuesto. En la figura 3.8 se observa que cada una de las trayectorias \mathbf{k} correspondientes a cada dirección de las ondas fuera y dentro del sustrato, que viajan en el sustrato de tal forma que se mantienen las trayectorias solo en el nivel $N1$,

este fenómeno es descrito en la sección anterior como reflexión total interna.

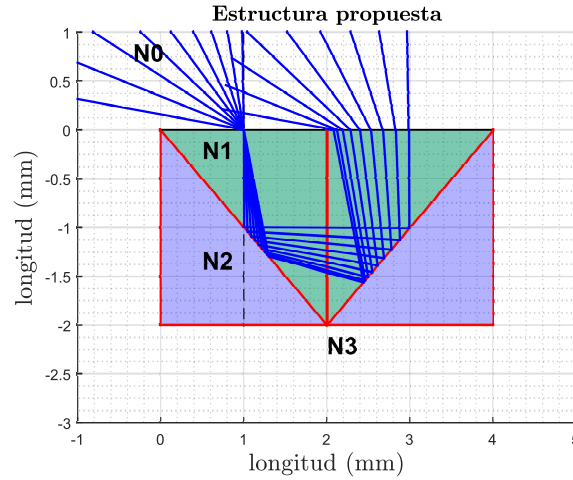


Figura 3.8. Geometría propuesta y cada una de las trayectorias de las ondas electromagnéticas que inciden en el sustrato.

El ángulo de incidencia permuta de 0 a $\pi/2$ en la superficie de contacto entre los niveles $N0 - N1$, cada una de estas variaciones debido a que el índice de refracción n_0 de la zona $N0$ es mayor a el n_1 de la zona $N1$, se obtienen ángulos de transmisión $\theta_{t,N0-N1}$ menores a los ángulos de incidencia. Además, los ángulos de transmisión en la zona $N1$ son los ángulos de incidencia entre las zonas $N1 - N2$ por lo que son mayores a $\theta_{c,N1-N2}$, esto se debe a que superficie de contacto entre las zonas $N1 - N2$ sufre un cambio de fase o ángulo de $\pi/4$ con respecto a la superficie de contacto anterior, de esta forma se obtiene una reflexión total interna entre las zonas $N1 - N2$. La Tabla 3.1 muestra los ángulos resultantes en cada zona en los que se propagan las ondas electromagnéticas.

$\bullet \theta_{i,N0-N1}$	$\bullet \theta_{t,N0-N1}$	$\bullet \theta_{i,N1-N2}$	$\bullet \theta_{c,N1-N2}$	$\bullet \theta_{i2,N1-N2}$	$\bullet \theta_{i3,N1-N2}$	$\bullet \theta_{c,N1-N0}$
$\bullet 1$	$\bullet 0.22$	$\bullet 45.22$	$\bullet 20.98$	$\bullet 44.77$	$\bullet 0.22$	$\bullet 13.14$
$\bullet 21$	$\bullet 4.67$	$\bullet 49.67$	$\bullet 20.98$	$\bullet 40.32$	$\bullet 4.67$	$\bullet 13.14$
$\bullet 51$	$\bullet 10.81$	$\bullet 55.18$	$\bullet 20.98$	$\bullet 34.81$	$\bullet 10.81$	$\bullet 13.14$
$\bullet 81$	$\bullet 12.98$	$\bullet 57.98$	$\bullet 20.98$	$\bullet 32.01$	$\bullet 12.98$	$\bullet 13.14$

Tabla 3.1. Ángulos en los diferentes niveles del sustrato.

Cada ángulo en la Tabla 3.1 cumple con las ecuaciones de las secciones anteriores,

en los que se menciona que el ángulo transmitido entre dos medios con índices de refracción diferentes ($n_i < n_2$), el ángulo resultante será menor al incidente, asimismo se dice que al existir diferencia de índices de refracción ($n_i > n_2$) se tiene un ángulo crítico que indica cuál es el límite cuando una onda electromagnética es transmitida de un medio a otro, de otra forma sería reflejada hacia el mismo medio. La ubicación de los ángulos críticos e incidentes se muestra en la figura 3.9, la trayectoria \mathbf{k} mostrada (línea punteada) es una onda incidente a $\pi/4$ con respecto a la normal de la superficie de contacto entre $N0 - N1$.

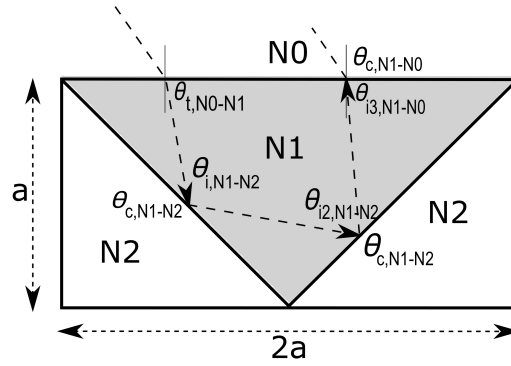


Figura 3.9. Geometría intrínseca propuesta, diferentes secciones $N0$, $N1$, $N2$.

3.4. Energía del sustrato propuesto.

Una vez diseñado el sustrato se consigue la energía que se propaga dentro del sustrato, en la zona $N1$ proveniente de la zona $N0$ reflejándose en dirección a la misma zona de incidencia ($N0$). Para obtener la energía total reflejada se aplica la ecuación (2.52), donde exista un cambio de índice de refracción como por ejemplo en la superficie de contacto entre las zonas $N0 - N1$, sin embargo donde exista reflexión total interna la cantidad se mantiene en la misma zona en este caso $N1$.

La figura 3.10 exhibe la energía que es reflejada en la línea de contorno entre la zona $N0 - N1$ (línea roja), donde al incidir una onda electromagnética en este punto de contacto, una parte de la energía es transmitida y la restante es reflejada hacia la misma

zona de incidencia. La energía restante se propaga en la zona $N1$ donde se refleja en cada punto en el cual las trayectorias de las ondas colisionan en las fronteras entre las zonas $N1 - N2$, por este medio se obtiene la energía restante transmitida hasta la zona $N0$ como se muestra en la misma figura (línea azul).

Por ultimo se realiza una superposición entre la energía reflejada ($N0 - N1$) y transmitida (desde la zona $N0$ hasta que se cumple la reflexión interna), obteniendo la energía reflejada hacia la superficie del sustrato. la cantidad total es mayor al 75% de la energía total incidente en la gama de ángulos desde 1° hasta 56° , en ángulos superiores se la energía reflejada se incrementa debido al índice de refracción que se tiene para la zona $N1$.

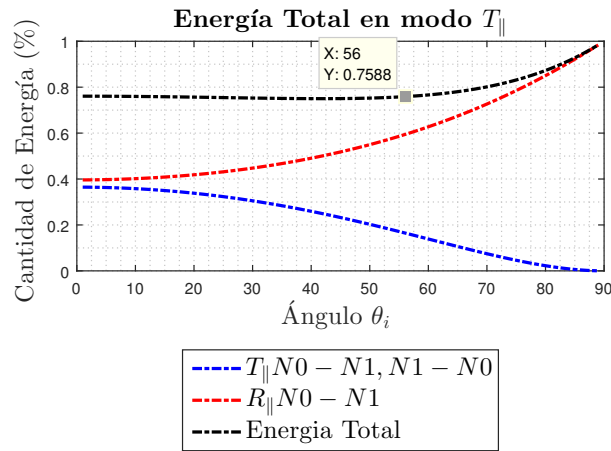


Figura 3.10. Energía reflejada, transmitida y total en el sustrato propuesto para el modo T_{\parallel} .

De forma análoga se obtiene las gráfica de la figura 3.11 para la energía total transmitida al sustrato en modo T_{\perp} , sin embargo la energía se mantiene oscilando entre 75 y 79 por ciento de la energía hasta ángulos mayores a 43° donde comienza a acender hasta el 98% de la energía que incide en el sustrato.

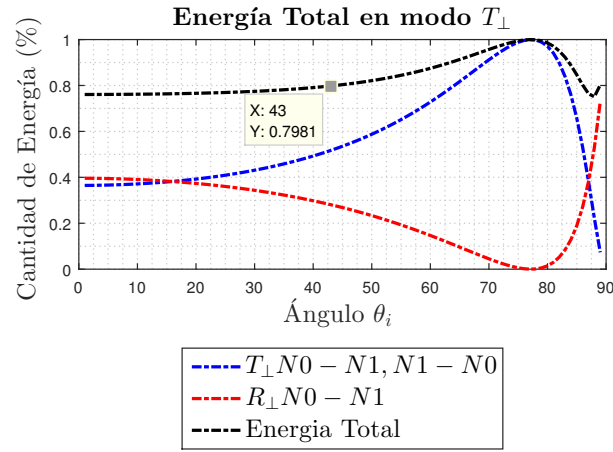


Figura 3.11. Energía reflejada, transmitida y total en el sustrato propuesto para el modo T_{\perp} .

3.5. Resumen del capítulo.

Se describe la aplicación de la teoría de rayos como método para diseñar la geometría intrínseca del sustrato, con sus diferentes índices de refracción, así como las dimensiones que son necesarias para el objetivo del sustrato. Se realizó una comparativa con diferentes geometrías donde se varía el ángulo del perfil triangular intrínseco. Además se presenta la energía en cada superficie de contacto entre los diferentes índices de refracción, como la energía total que el sustrato será capaz de reflejar hacia la etiqueta RFID.

CAPÍTULO 4

FDTD DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

4.1. Introducción.

En el presente capítulo se hace una descripción del método que se utilizara para comparar los resultados obtenidos con la teoría de rayos en el Capítulo 3 de la geometría intrínseca propuesta, este método llamado Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo ó FDTD por sus siglas en ingles (*FDTD Finite Difference Time Domain*). El método es de los más robustos y completos métodos que producen un análisis de la onda EM y el comportamiento de los campos resultan en un estado estable [16], con este método se pretende confirmar los resultados obtenidos por la teoría de rayos.

El FDTD describe las ecuaciones de Maxwell en su forma diferencial parcial presentadas por James Clerk Maxwell entre 1856 y 1865 hasta el día de hoy estas afirmaciones matemáticas son las leyes fundamentales que rigen toda la electrodinámica clásica.

4.2. Ecuaciones de Maxwell.

Las cuatro ecuaciones se describen brevemente a continuación tanto su forma integral como su forma diferencial [2, 16, 17, 18]:

- Ley de Faraday describe que un flujo magnético variante en el tiempo induce

una fuerza electromotriz :

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \implies \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.1)$$

- Ley de Gauss es la expresión matemática donde se fundamenta que las cargas eléctricas se atraen o repelen una a la otra con una fuerza inversamente proporcional a la distancia entre ellas:

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \rho \cdot d\mathbf{v} \implies \nabla \times \mathbf{D} = \rho \quad (4.2)$$

- Ley de Ampere la cual demuestra que la integral de línea de un campo magnético \mathbf{H} sobre un perímetro encerrado debe ser igual al total de la corriente encerrada en ese perímetro :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \implies \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (4.3)$$

- La cuarta ecuación de Maxwell se basa en el hecho de que no existen cargas magnéticas y por lo tanto las líneas de campo siempre están encerradas por si mismas:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \implies \nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (4.4)$$

Notese que todas las ecuaciones anteriores sus formas diferenciales pueden ser derivadas desde su forma integral y viceversa, haciendo uso ya sea del teorema de Stokes o de divergencia. El teorema de Stokes describe que el flujo de un campo rotacional \mathcal{G} que pasa a través de una superficie S es igual a la integral de el campo a lo largo de un perímetro cerrado C envolviendo S como se describe a continuación, .

$$\oint_C \mathcal{G} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathcal{G}) \cdot d\mathbf{s} \quad (4.5)$$

El teorema de divergencia demuestra que un campo \mathcal{G} , sobre un volumen V , es igual al flujo del campo que cruza la superficie S .

$$\oint_S \mathcal{G} \cdot d\mathbf{s} = \int_V (\nabla \times \mathcal{G}) \cdot d\mathbf{v} \quad (4.6)$$

Existe una relación inherente entre el campo eléctrico E con el flujo de densidad eléctrica \mathcal{D} , de forma similar entre la intensidad de flujo magnético \mathcal{B} con el campo magnético H [19, 20],

$$\mathcal{D} = \epsilon E$$

$$\mathcal{B} = \mu H$$

Las ecuaciones de Maxwell describen los aspectos importantes del electromagnetismo, incluyendo la idea del comportamiento electromagnético de la luz, así como los campos eléctricos los cuales varían en el tiempo creando campos magnéticos, de la misma forma como la variación en el tiempo de los voltajes inducen corrientes eléctricas en las líneas de transmisión. La energía electromagnética se propaga, o viaja en forma de ondas. La propagación electromagnética puede ejercer fuerzas, y por lo tanto puede generar trabajo a distancias alejadas del lugar donde fueron generadas. La radiación electromagnética es entonces un medio de transporte de energía desde un conjunto de cargas eléctricas y corrientes a otro. Por lo tanto es posible utilizar estas ondas electromagnéticas para transportar información a largas distancias.

Si se consideran las ecuaciones de Maxwell en el espacio libre donde $\rho = 0$ y $J = 0$, así como los parámetros de los materiales ϵ y μ independientes del tiempo se tiene ;

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

y

$$\nabla \times H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t},$$

al tomar la primera ecuación e insertarla en la segunda se encuentra que,

$$\nabla \times \nabla \times E = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times H = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

,

donde las derivadas temporal y espacial es posible aplicarlas en cualquier orden, finalmente utilizando la identidad $\nabla \times \nabla \times \mathcal{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathcal{A}) - \nabla^2 \mathcal{A}$ se obtiene lo que se conoce como la ecuación de onda [21, 22],

$$\nabla^2 E - \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \quad (4.7)$$

4.3. Aproximaciones en diferencias finitas.

El objetivo principal de un método de diferencias finitas es aplicarlo para una solución de una ecuación diferencial parcial, de esta forma transformando un problema de calculo en un problema de álgebra , mediante la muestreo del espacio continuo en el dominio del tiempo, aproximando las derivadas parciales exactas con aproximaciones en diferencias finitas. En resumen convertir la ecuaciones en el dominio continuo, con ecuaciones diferenciales parciales, al dominio discreto, de tal forma que sea implementado para cálculos computacionales.

Uno de los ejemplos para las aproximaciones en diferencias finitas en una dimensión (1D) es como se observa en la figura 4.1, una dimensión se refiere a una sola dimension espacial en este caso x como función del tiempo t , la intersección de las líneas muestran los puntos de la cuadrícula (grid points) [22]. Los subíndices mayormente usados para denotar la locación espacial de las líneas de la cuadrícula en este caso en x y para la locación temporal en este caso t , son i y n respectivamente, i.e., $x_i = (i-1)\Delta x$, $t^n = n\Delta t$ donde Δ denota el incremento ya sea en espacio i o en tiempo n .

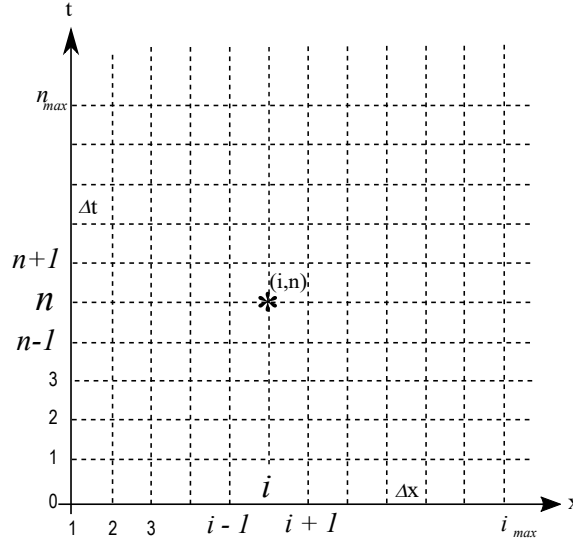


Figura 4.1. Cuadrícula de diferencias finitas en 1D, i denota el movimiento espacial, n denota el movimiento temporal. Donde el punto en la cuadrícula (i, n) corresponde a la locación (x_i, t^n)

4.4. Derivada temporal.

Para extender la cuadrícula en dos dimensiones 2D y tres dimensiones 3D se tienen que agregar los punto correspondientes a tal dimensión, por ejemplo para 3D se tienen los puntos de cuadrícula (i, j, k, n) correspondientes a los puntos (x_i, y_i, z_i, t^n) en la cuadrícula de diferencias finitas.

Sin embargo para obtener la interpretación de las derivadas en diferencias finitas, se considera utilizar la forma general de la expansión de la serie de Taylor de una función $f(x, t)$ de dos variables alrededor de un tiempo dado t_0 [23, 24];

$$f(x, t) = f(x, t_0) + (t - t_0) \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x^{t_0} + \frac{1}{2} (t - t_0)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \Big|_x^{t_0} + \cdots + \frac{1}{n!} (t - t_0)^n \frac{\partial^n f}{\partial t^n} \Big|_x^{t_0} + \cdots \quad (4.8)$$

Ahora se considera la expansión de Taylor en tiempo de f_i^{n+1} alrededor de un punto

en la cuadrícula (i, n) ,

$$f_i^{n+1} = f_i^n + (t^{n+1} - t^n) \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n + \frac{1}{2} (t^{n+1} - t^n)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \Big|_i^n + \dots, \quad (4.9)$$

donde $(t^{n+1} - t^n) = \Delta t$, al resolver la ecuación (4.9) para $\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n$ se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n = \frac{f_i^{i+1} - f_i^n}{\Delta t} - \frac{1}{2} \Delta t \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \Big|_i^n - \dots. \quad (4.10)$$

el segundo término de la ecuación (4.10) se considera el error cuando más alto sea el orden de la deriva el error disminuye linealmente con Δt por lo tanto se deja de lado, y se obtiene,

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n \approx \frac{f_i^{i+1} - f_i^n}{\Delta t}, \quad (4.11)$$

la ecuación anterior se conoce como *diferencias de primer orden hacia adelante* (first-order forward difference) de $\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n$ en un punto (i, n) . Se conoce así debido a que la derivada en el tiempo n es aproximada usando el valor de la función f en el tiempo n y es su siguiente valor hacia adelante $n + 1$.

Existen diferentes formas de aproximar la primera derivada de una función en un punto (i, n) además, de la ecuación (4.11), como se muestra a continuación una vez más utilizando la serie de Taylor para f^{n+1} y f^{n-1} alrededor del punto (i, n) y haciendo una sustracción de tales series se obtiene:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n = \frac{f_i^{i+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} - \frac{1}{6} (\Delta t)^2 \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} \Big|_i^n - \dots \quad (4.12)$$

minimizando el error se obtiene la ecuación de diferencias centrada de segundo orden :

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n \approx \frac{f_i^{i+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t}, \quad (4.13)$$

esta ecuación es mejor conocida como *en diferencias centrada* debido a que esta centrado el tiempo entre los campos usados para hacer dicha aproximación. Una aproxi-

mación en diferencias de segundo orden de $\partial f / \partial t \Big|_i^{n+1/2}$, se obtiene substrayendo las serie de Taylor de las funciones f_i^{n+1} y f_i^n alrededor del punto $(i, n+1/2)$. De esta forma se obtiene la siguiente ecuación :

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^{n+1/2} = \frac{f_i^{i+1} - f_i^n}{\Delta t} - \frac{1}{24}(\Delta t)^2 \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} \Big|_i^n - \dots, \quad (4.14)$$

al quitar el error se obtiene;

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^{n+1/2} \approx \frac{f_i^{i+1} - f_i^n}{\Delta t}, \quad (4.15)$$

Notese que la parte derecha de la ecuación (4.14) es idéntica a la ecuación (4.10), la diferencia es que en la segunda ecuación se toma la mitad del tiempo Δt .

4.5. Derivada espacial.

Las aproximaciones en diferencias finitas para las derivadas espaciales se obtienen de la misma forma que las derivadas temporales [25], haciendo uso de la expansión de Taylor en un incremento en una dirección en este caso Δx , alrededor de los puntos dados. Para la función f_{n+1}^i en las proximidades del punto (i, n) se tiene,

$$f_{i+1}^n = f_i^n + (x_{i+1} - x_n) \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i^n + \frac{1}{2}(x_{i+1} - x_n)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i^n + \frac{1}{6}(x_{i+1} - x_n)^3 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots, \quad (4.16)$$

donde $(x_{i+1} - x_n) = \Delta x$, para la función f_{i-1}^n en las proximidades del punto (i, n) se tiene la siguiente expansión de Taylor:

$$f_{i-1}^n = f_i^n + (x_{i-1} - x_n) \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i^n + \frac{1}{2}(x_{i-1} - x_n)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i^n + \frac{1}{6}(x_{i-1} - x_n)^3 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \dots, \quad (4.17)$$

Sustrayendo las ecuaciones (4.16) y 4.17 se tiene,

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i^n = \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x} - \frac{1}{6}(\Delta x)^2 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \Big|_i^n - \dots, \quad (4.18)$$

despreciando el error se tiene lo que se conoce como *diferencia de segundo orden centrada* para $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i^n$;

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i^n \approx \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x}. \quad (4.19)$$

La ecuación de convección tiene una alta relevancia en el análisis FDTD de las ecuaciones de Maxwell, debido a que la ecuación de convección [17] guarda la misma forma de los componentes rotacionales que se utilizan para los problemas electromagnéticos. Si se consideran la ecuación de convección en términos de voltaje en una línea de transmisión ;

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} + v_p \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = 0, \quad (4.20)$$

donde v_p es la velocidad de la luz en el espacio libre.

4.6. Método espacial forward-time centrado.

Al aplicar las ecuaciones 4.11 y 4.15 las cuales son aproximaciones en diferencias tanto como temporal y espacial respectivamente, a la ecuación anterior como sigue;

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} + v_p \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \Leftrightarrow \frac{\mathcal{V}_i^{n+1} - \mathcal{V}_i^n}{\Delta t} + v_p \frac{\mathcal{V}_{i+1}^n - \mathcal{V}_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (4.21)$$

y resolviendo la ecuación (4.21) para \mathcal{V}_i^n se tiene que :

$$\mathcal{V}_i^{n+1} = \mathcal{V}_i^n - \left(\frac{v_p \Delta t}{2\Delta} \right) [\mathcal{V}_{i+1}^n - \mathcal{V}_{i-1}^n], \quad (4.22)$$

esta ecuación es conocida como "*ecuación de actualización*" para el campo \mathcal{V} , el campo se actualiza en el tiempo hacia adelante en incrementos Δt , se aprecia que cada elemento de la derecha de la ecuación de actualización esta en el tiempo n , mientras que el voltaje actualizado esta en el tiempo $n + 1$. Esto es útil para representar los puntos de la cuadrícula (grid points) que se involucran en la evaluación de las derivadas

de tiempo y espacio.

4.7. Método Leapfrog.

Una segunda aproximación de las ecuaciones 4.11 y 4.15 para las derivadas temporales y espaciales es la que se presenta a continuación:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} + v_p \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} = 0 \iff \frac{\mathcal{V}_i^{n+1} - \mathcal{V}_i^n}{2\Delta t} + v_p \frac{\mathcal{V}_{i+1}^n - \mathcal{V}_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0, \quad (4.23)$$

resolviendo para obtener la ecuación de actualización para \mathcal{V}_i^{n+1} se obtiene la siguiente expresión,

$$\mathcal{V}_i^{n+1} = \mathcal{V}_i^{n-1} - \left(\frac{v_p \Delta t}{\Delta} \right) [\mathcal{V}_{i+1}^n - \mathcal{V}_{i-1}^n], \quad (4.24)$$

estos dos métodos son representados en la figura 4.2

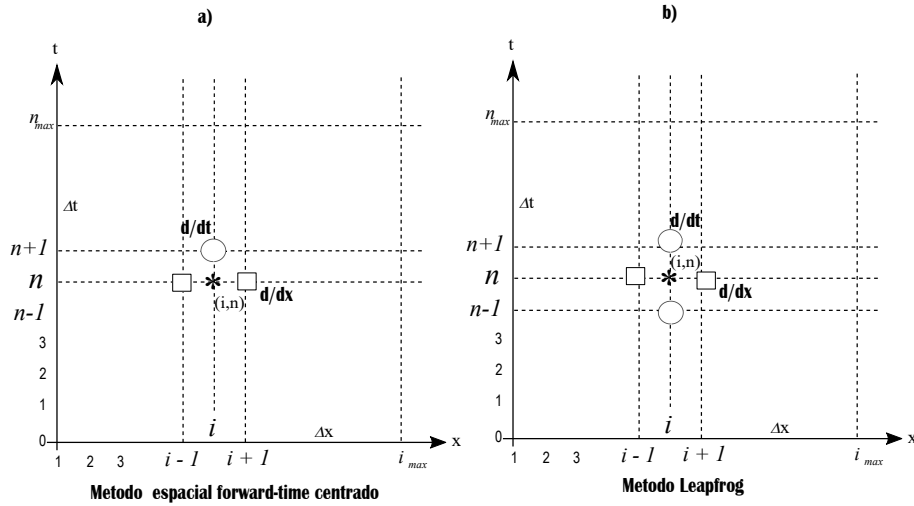


Figura 4.2. Cuadrícula para los métodos centrado hacia adelante y leapfrog, donde las formas rectangulares representan las derivadas en espacio y las formas circulares las derivadas en el tiempo.

Al comparar cada uno de los métodos ya descritos, el método Leapfrog [26] es más preciso debido a las expresiones de mayor orden del error que fueron suprimidas en la serie de Taylor en las ecuaciones (4.14) y (4.10).

4.8. Algoritmo de Yee.

El algoritmo FDTD o también conocido como algoritmo de Yee [27], es una solución para las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo. En el algoritmo de Yee las derivadas continuas espacial y temporal son aproximadas con una precisión de segundo orden. Se utiliza una malla escalonada para la colocación de los campos eléctrico y magnético, así como el método Leapfrog para la obtención de la ecuación de actualización de los campos eléctrico E y magnético H .

El algoritmo de Yee presentado tiene gran utilidad, ya que su base es tan robusta por lo que se consideran los siguientes puntos [28]:

- El algoritmo de Yee resuelve ambos campos eléctrico y magnético, en tiempo y espacio utilizando las ecuaciones de Maxwell ya sea para el campo eléctrico solamente o el magnético.
- Usando ambos campos eléctrico E y magnético H , la solución es más robusta que usando uno por si solo.
- Como se representa en la figura 4.3, el algoritmo de Yee contiene los campos eléctricos E y el magnéticos H en tres dimensiones espaciales, de esta forma todo componente magnético H es envuelto por cuatro componentes del campo eléctrico E , a su vez cada componente del campo eléctrico es envuelto por cuatro componentes del campo magnético.
- La continuidad de la tangencial de los campos eléctrico y magnético se mantiene de forma natural al haber un cambio en una interfaz entre dos materiales.

La celda de Yee es la unidad fundamental para la cuadrícula en 3D, con ello se definen las derivadas espaciales al evaluarlas con el método de diferencias centrada. Por ejemplo, para la componente z del campo magnético H_z , el cual se define en los puntos $(i \pm 1/2, j \pm 1/2, k)$ como se observa en la figura 4.3, su derivada con respecto a x en el punto $(i, j + 1/2, k)$ y en el tiempo n está dado por:

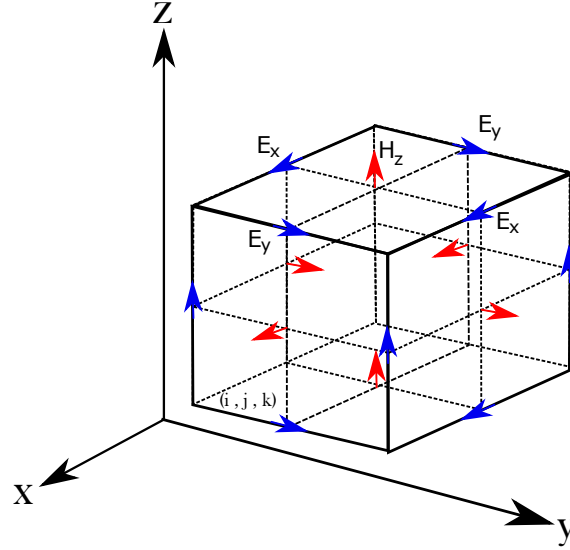


Figura 4.3. Lugar de los campos eléctrico E y magnético H en la celda de Yee.

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|_{i,j+1/2,k}^n = \frac{H_z|_{i+1/2,j+1/2,k}^n - H_z|_{i-1/2,j+1/2,k}^n}{\Delta x} + O[(\Delta x)^2]. \quad (4.25)$$

La derivada temporal es discretizada con una diferencia de segundo orden dada en la ecuación (4.14), pero el reajuste del campo eléctrico E y magnético H es escalonado en el tiempo en incrementos de $1/2$. De esta forma se representan las ecuaciones de Maxwell como sigue,

$$\left. \frac{\partial E}{\partial t} \right|^{n+1/2} \simeq \frac{E^{n+1} - E^n}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon} [\nabla \times H]^{n+1/2},$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{n+1} \simeq \frac{H^{n+3/2} - H^{n+1/2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu} [\nabla \times E]^{n+1},$$

, ordenando los términos se obtiene la ecuación de avance para el tiempo,

$$E^{n+1} = E^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} [\nabla \times H]^{n+1/2}, \quad (4.26)$$

$$H^{n+3/2} = H^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{\mu} [\nabla \times E]^{n+1}. \quad (4.27)$$

Una vez obtenido el tiempo la siguiente parte del método es obtener en forma discreta las derivadas espaciales de las ecuaciones (4.26) y (4.27). Para este fin se presentan las ecuaciones de Maxwell en el espacio libre en coordenadas cartesianas.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) & \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\
\frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) & \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\
\frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

4.9. Ecuaciones de Maxwell en una y dos dimensiones.

La expresión más simple de las ecuaciones de Maxwell en el algoritmo *FDTD* se encuentra limitando dos de sus tres componentes en este caso y y z . Al despreciar estas dos componentes en la ecuación (4.28) en el espacio libre, además de suponer un material lineal, homogéneo e isotrópico (LHI), es decir independiente al tiempo o dirección se obtiene que,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_x}{\partial t} &= 0 & \frac{\partial H_x}{\partial t} &= 0, \\
\frac{\partial E_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x} & \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \\
\frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial x} & \frac{\partial H_z}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x},
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Reordenando las ecuaciones con respecto a sus derivadas espaciales y temporales, para obtener un par de ecuaciones completamente independientes una de la otra,

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \tag{4.30}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad (4.31)$$

estas dos ecuaciones para el modo TM transversal magnético y para el modo TE transversal eléctrico respectivamente.

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad (4.33)$$

Las ecuaciones en diferencias finitas se obtienen aplicando las diferencias centradas de segundo orden para la derivada temporal así como la espacial en las ecuaciones para los modos TE y TM . Para el modo TE ,

$$E_y \Big|_i^{n+1} = E_y \Big|_i^n - \frac{\Delta t}{\varepsilon_i \Delta x} \left[H_z \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i-1/2}^{n+1/2} \right], \quad (4.34)$$

$$H_z \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} = H_z \Big|_{i+1/2}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu_{i+1/2} \Delta x} \left[E_y \Big|_{i+1}^n - E_y \Big|_i^n \right], \quad (4.35)$$

para el modo TM se presentan el siguiente par de ecuaciones,

$$H_y \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} = H_y \Big|_{i+1/2}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu_{i+1/2} \Delta x} \left[E_z \Big|_{i+1}^n - E_z \Big|_i^n \right], \quad (4.36)$$

$$E_z \Big|_i^{n+1} = E_z \Big|_i^n - \frac{\Delta t}{\varepsilon_i \Delta x} \left[H_y \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i-1/2}^{n+1/2} \right] \quad (4.37)$$

4.9.1. FDTD para ecuaciones de Maxwell en dos dimensiones.

Ahora bien para este trabajo es necesario hacer el análisis en 2D, para esto aplicando las celda de la figura 4.3 y asumiendo que no existen variaciones en una sola dirección sino en dos direcciones tanto en x como en y , para este caso en dirección

z se mantiene constante. Por lo tanto todas las derivadas con respecto a z son omitidas de las ecuaciones de Maxwell, de igual forma como en el caso anterior en 1D, se supone el espacio libre y las constantes de permitividad ϵ y permeabilidad μ , constantes e independientes de la dirección y el tiempo. Las ecuaciones de Maxwell en 2D se presentan a continuación para el modo TM :

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right), \quad (4.40)$$

y para el modo TE se tiene el siguiente grupo de ecuaciones :

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right). \quad (4.43)$$

Es importante remarcar que los modos TE y TM son independientes uno de otro, es decir no contienen componentes vectoriales en común de esta forma existen independientemente. Otra forma de encontrar los modos TM y TE es la no variación en el eje z , es decir no se propaga la onda en el eje z , pero en general la propagación ya sea en x o y es posible. En el modo TM solo los componentes H_x y H_y son diferentes de cero, además se encuentran en el plano de propagación, para el modo TE es lo opuesto.

Al igual que en la ecuaciones en 1D, una vez alcanzada las ecuaciones y agrupadas

en sus diferentes modos, esta vez en 2D se obtiene la discretización por medio del método *FDTD*.

4.9.2. FDTD transversal eléctrico *TE*

El modo *TE* se representa en la figura 4.4, donde resaltan las posiciones de los componentes del campo eléctrico y el del campo magnético *TH*. La componente E_x del campo eléctrico se localiza en un número entero en y , en la mitad de x en la cuadrícula, la componente E_y en un número entero de x y la mitad de y en cada cuadrícula del algoritmo de Yee. La componente H_z se localiza en la mitad de x y y .

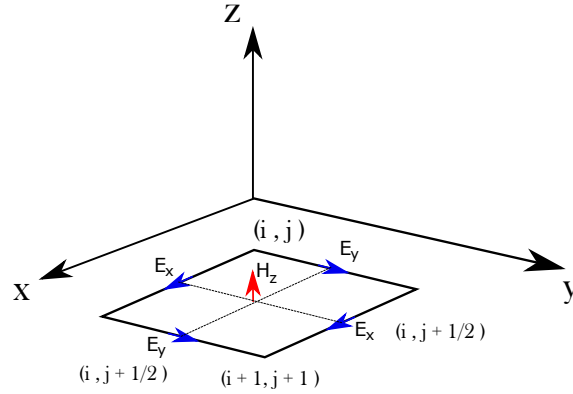


Figura 4.4. Lugar de las componentes E_x , E_y y H_z para el modo *TE*.

La discretización espacial [22, 29] de las ecuaciones del modo *TE* se representan de la siguiente forma ,

$$\left. \frac{\partial E_x}{\partial t} \right|_{i+1/2, j} = \frac{1}{\epsilon} \left[\frac{H_z|_{i+1/2, j+1/2} - H_z|_{i+1/2, j-1/2}}{\Delta y} \right], \quad (4.44a)$$

$$\left. \frac{\partial E_y}{\partial t} \right|_{i, j+1/2} = -\frac{1}{\epsilon} \left[\frac{H_z|_{i+1/2, j+1/2} - H_z|_{i-1/2, j+1/2}}{\Delta x} \right], \quad (4.44b)$$

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial t} \right|_{i+1/2, j+1/2} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_x|_{i+1/2, j+1} - E_x|_{i-1/2, j}}{\Delta y} - \frac{E_y|_{i+1, j+1/2} - E_y|_{i, j+1/2}}{\Delta x} \right], \quad (4.44c)$$

una vez obtenida la en forma discreta espacial obtenemos la forma discreta temporal y obtenemos cada una de las ecuaciones de avance *FDTD* para el modo *TE*:

$$E_x|_{i+1/2, j}^{n+1} = E_x|_{i+1/2, j}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i+1/2, j} \Delta y} \left[H_z|_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} - H_z|_{i+1/2, j-1/2}^{n+1/2} \right], \quad (4.45a)$$

$$E_y|_{i, j+1/2}^{n+1} = E_y|_{i, j+1/2}^n - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i, j+1/2} \Delta x} \left[H_z|_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} - H_z|_{i-1/2, j+1/2}^{n+1/2} \right], \quad (4.45b)$$

$$H_z|_{i+1/2, j+1/2}^{n+1/2} = H_z|_{i+1/2, j+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i+1/2, j+1/2}} \left[\frac{E_x|_{i+1/2, j+1}^n - E_x|_{i-1/2, j}^n}{\Delta y} - \frac{E_y|_{i, j+1/2}^n - E_y|_{i, j-1/2}^n}{\Delta x} \right]. \quad (4.45c)$$

Para este caso el medio no necesita ser homogéneo, los valores de las constantes ε y μ es posible que varíen en espacio, sin embargo si se requiere de un medio isotrópico el cual no varía con la dirección de las ondas al propagarse.

4.9.3. FDTD transversal magnético *TM*

De forma análoga se obtienen las ecuaciones de forma discreta para el modo *TM*, tomando en cuenta que las componentes del campo eléctrico se localizan en los bordes de la celda de Yee. El patrón que se utilizó para el modo *TE* muestra que la com-

ponente E_z se localiza en numeros enteros i.e., (i, j) ; la componente H_x en enteros de x y a mitad de y i.e., $(i, j + 1/2)$; la componente H_y esta localizada en de mitad de los incrementos de x y en en números enteros de los incrementos en y . i.e., $(i + 1/2, j)$, ya definidos las posiciones se obtiene las siguiente discretizacion espacial [26];

$$\left. \frac{\partial H_x}{\partial t} \right|_{i,j+1/2} = -\frac{1}{\mu} \left[\frac{E_z|_{i,j+1/2} - E_z|_{i,j}}{\Delta y} \right], \quad (4.46a)$$

$$\left. \frac{\partial H_y}{\partial t} \right|_{i+1/2,j} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_z|_{i+1,j} - E_z|_{i,j}}{\Delta x} \right], \quad (4.46b)$$

$$\left. \frac{\partial E_z}{\partial t} \right|_{i,j} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_y|_{i+1/2,j} - H_y|_{i-1/2,j}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+1/2} - H_x|_{i,j-1/2}}{\Delta y} \right], \quad (4.46c)$$

aproximando las derivadas en tiempo de la ecuación (4.46) y reordenando los términos se obtienen las siguientes ecuaciones de avance:

$$H_x|_{i,j+1/2}^{n+1/2} = H_x|_{i,j+1/2}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j+1} \Delta y} \left[E_z|_{i,j+1/2}^n - E_z|_{i,j}^n \right], \quad (4.47a)$$

$$H_y|_{i+1/2,j}^{n+1/2} = H_y|_{i+1/2,j}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i+1,j} \Delta x} \left[E_z|_{i+1,j}^n - E_z|_{i,j}^n \right], \quad (4.47b)$$

$$E_z|_{i,j}^{n+1} = E_z|_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j}} \left[\frac{H_y|_{i+1/2,j}^{n+1/2} - H_y|_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+1/2}^{n+1/2} - H_x|_{i,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \right], \quad (4.47c)$$

La representación más completa para la aproximación en diferencias finitas de las ecuaciones de Maxwell con el método *FDTD* es emplear las ecuaciones en su version completa en este caso en 3D, por lo que el tiempo de computo sera mayor a los casos en 2D y 1D, por el momento y para el trabajo expuesto solo se utiliza el método para las dos primeras dimensiones dejando de lado el ultimo caso 3D.

4.9.4. Estabilidad numerica del método FDTD

En una onda electromagnética que se propaga en el espacio libre no debe de ser más rápida que la velocidad de la luz. Por lo que para propagarse a una distancia requiere por lo menos un mínimo de tiempo de $\Delta t = \Delta/c_0$, en el caso en que la onda se represente en 1D. Para el caso donde la onda se propaga en 2D la propagación en diagonal de la onda electromagnética debe cumplir con la siguiente condición como tiempo mínimo de propagación $\Delta t = \Delta x/\sqrt{2}c_0$. Como es de esperarse para la representación de estas ondas electromagnéticas en 3D la estabilidad se debe de cumplir cuando los incrementos en tiempo cumplan $\Delta t = \Delta x/(\sqrt{3})c_0$. En términos generales esta condicion es conocida como *Courant Condition* [28],

$$2c_0\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}} \leq \frac{2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}}}, \quad (4.48)$$

si los incrementos $\Delta x = \Delta y = \Delta$, la condición de estabilidad se simplifica de la siguiente forma;

$$\Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2}}} = \frac{1}{c\sqrt{\frac{2}{(\Delta t)^2}}} = \frac{\Delta}{c\sqrt{2}}, \quad (4.49)$$

por otro lado si, uno de los incrementos en espacio es mucho mayor a otro por ejemplo $\Delta y \gg \Delta x$, la estabilidad se reduce a lo siguiente :

$$\Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y \rightarrow \infty)^2}}} = \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2}}} = \frac{\Delta x}{c}, \quad (4.50)$$

este análisis de estabilidad para el método FDTD se aplica para ambos casos *TE* y *TM*.

4.10. Resumen del capítulo

En el capítulo se represento de una forma breve la base del método *FDTD*, la forma en la que una ecuación diferencial parcial transita de su forma continua a discreta en aproximaciones finitas. Además de dividir el método en los casos *TE* y *TM* como en sus diferentes representaciones dimensionales, así como su estabilidad. El método abordado en el capítulo es utilizado para la representación de propagación en guías de onda, también para radiación de antenas.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS NUMÉRICO MEDIANTE EL FDTD.

5.1. Introducción.

En el presente capítulo se aborda la forma en que la onda EM se introduce en los cálculos utilizando la teoría anteriormente descrita para calcular las ondas EM y hacerlas pasar al caso discreto mediante las ecuaciones de Maxwell con el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD). Primeramente, se describe que tipo de onda EM incide, la cual ha sido expuesto de forma general en el capítulo anterior. Una vez descrita la onda se da paso a analizar el sustrato que se propone diseñado mediante la teoría de rayos (Capítulo 2), descrito a mayor detalle en la geometría del Capítulo 3. Además, se pretende hacer una comparativa de los resultados obtenidos con otras geometrías propuestas, para observar las diferencias que existen en cada una de las geometrías de los sustratos.

5.2. Inserción de la onda EM sinusoidal.

Las ondas EM que se insertan en el método para el calculo son de diferentes característica interna o externa. En las fuentes externas son aquellas que se están alejadas del área a propagar e internas son las fuentes que están dentro del área a propagar. Para

el actual trabajo se utiliza una fuente interna ya que se pretende observar el comportamiento de las ondas EM en diferentes ángulos de incidencia en el sustrato propuesto por lo que se utiliza una fuente puntual lo suficientemente alejada del sustrato, sin embargo, que conserve su forma para que se obtengan diferentes ángulos de incidencia al propagar la onda EM. La onda EM correspondiente se inserta como una sinusoidal de la siguiente forma :

$$E_{inc} = \sin(2\pi f n \Delta t), \quad (5.1)$$

donde f es la frecuencia que se utiliza correspondiente a las etiquetas RFID de 918 MHz, n el tiempo de paso de la onda y Δt el incremento de cada tiempo de paso [30]. Una vez introducida la fuente mediante la ecuación (5.1) , la naturaleza del algoritmo de Yee para el método FDTD en los bordes donde se termina el área, se comporta como si hubiese un PEC (Perfect Match Layer) por lo que la onda EM termina reflejada hacia la zona de propagación nuevamente.

Para evitar estas reflexiones en los contornos del espacio donde se propaga la onda EM se utilizan varias técnicas entre ellas la conocida como ABC (Absorbing Boundary Condition) [26], también el método conocido como PML (Perfectly Matched Layer) el cual presenta mejor absorción de la onda EM en los contornos del espacio de propagación. En el actual trabajo se utiliza el método el cual se conoce como CPML que utiliza la convolución del método PML, la aplicación de este método es debido a que es independiente del medio de propagación, al agregar la CPML se utiliza la ecuación de actualización (update equation) más dos factores auxiliares que se describen a continuación [31]:

$$\Psi_{ez,y} \Big|_{i+1/2,j} = b_y \Psi_{ex,y} \Big|_{i+1/2,j}^{n-1/2} + a_y \frac{H_x \Big|_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - H_x \Big|_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y}, \quad (5.2)$$

$$\Psi_{ez,x}\Big|_{i+1/2,j} = b_x \Psi_{ex,x}\Big|_{i+1/2,j}^{n-1/2} + a_x \frac{H_x\Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2} - H_y\Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x}. \quad (5.3)$$

Una vez obtenidos los factores que reducen la onda EM para evitar las reflexiones en los contornos del área de propagación, se consigue la ecuación completa para la propagación del método FDTD que se utiliza en el actual trabajo. La ecuación empleada para la propagación de la onda EM en modo *TM*, es la siguiente:

$$E_z\Big|_{i,j}^{n+1} = E_z\Big|_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j}} \left[\frac{H_y\Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2} - H_y\Big|_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x\Big|_{i,j+1/2}^{n+1/2} - H_x\Big|_{i,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \right] + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j}} \left(\Psi_{ez,y}\Big|_{i,j}^n - \Psi_{ez,x}\Big|_{i,j}^n \right), \quad (5.4a)$$

$$H_x\Big|_{i,j+1/2}^{n+1/2} = H_x\Big|_{i,j+1/2}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j+1}\Delta y} \left[E_z\Big|_{i,j+1/2}^n - E_z\Big|_{i,j}^n \right] + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j+1/2}} \Psi_{eh,y}\Big|_{i,j+1/2}^{n+1/2}, \quad (5.4b)$$

$$H_y\Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2} = H_y\Big|_{i+1/2,j}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i+1,j}\Delta x} \left[E_z\Big|_{i+1,j}^n - E_z\Big|_{i,j}^n \right] - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j+1/2}} \Psi_{eh,x}\Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2}, \quad (5.4c)$$

la ecuación para el modo *TE* se obtiene análogamente. Al disminuir las reflexiones con la ecuación (5.4) se obtienen los cálculos numéricos apropiados para la propagación de un onda EM a lo largo del área de propagación.

Se establece una matriz de $N_y = 500\Delta y$ y $N_x = 1000\Delta x$ que representa el área total de propagación de la onda EM. El área de propagación se obtiene al determinar la longitud de onda mínima requerida de la onda EM a propagar $\lambda_m = c_0 / f_{max}$, donde c_0 es la velocidad de la luz en el espacio libre ya que es donde alcanza su punto máximo, f_{max} es la frecuencia máxima de operación de la onda EM en este caso $918MHz$. El incremento mínimo $\Delta\lambda$ de la longitud de onda mínima es aproximadamente el cociente de λ_m y la cantidad de celdas totales que se necesitan para observar la onda EM en este caso se utilizan por lo menos 10. De esta forma se asume que este es el incremento

mínimo que se requiere para cada una de las celdas que forman el área total de propagación por lo tanto, $\Delta x = \Delta y \approx \Delta \lambda$. La figura 5.1 muestra los cálculos numéricos de una onda EM que se propaga en un área determinada, sin reflexiones en los contornos.

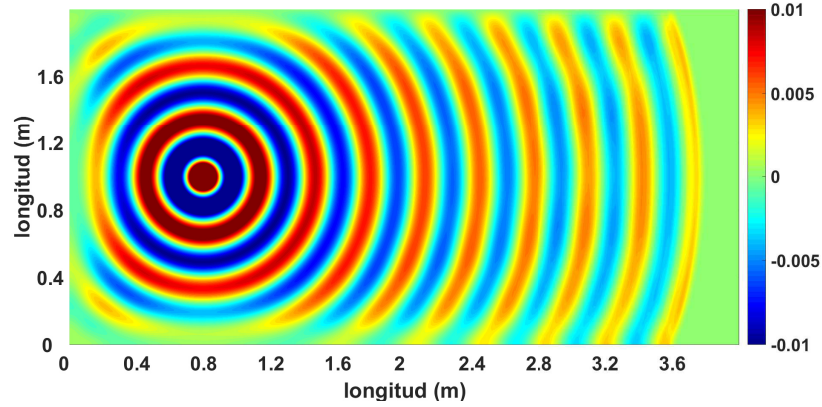


Figura 5.1. Propagación de la onda EM en el espacio libre.

5.3. Sustrato con geometría intrínseca triangular.

En el actual trabajo se considera una onda EM propagándose a lo largo de un área determinada, el área se define como el espacio total donde se propaga la onda EM para realizar los cálculos numéricos, en tal área se introduce un sustrato el cual sea capaz de reflejar una proporción de energía hacia la fuente. Para alcanzar esta reflexión se representa el sustrato mediante cambios de índices de refracción en el área total de propagación, donde dichos cambios representan el sustrato que dispersa la onda EM. El sustrato se construye mediante dos matrices que contengan los diferentes índices de refracción, para los cálculos numéricos se utiliza la permitividad del medio ya que el índice de refracción es $n = \sqrt{\epsilon_r}$ por lo tanto $\epsilon = n^2$.

La figura 5.2 muestra el sustrato calculado de tal forma que se obtenga la geometría adecuada la cual ya se describió en capítulos anteriores obtenida por la teoría de rayos, la palabra geometría se refiere a los cambios en los índices de refracción. La precisión de la matriz en la cuadrícula de Yee se determina por el tamaño de los incrementos en Δx y Δy , por lo que la precisión es inversamente proporcional a estos incrementos, a

menor Δx mayor exactitud. El área que modela por $N0$ representa el aire con un índice de refracción $n_{N1} = 1$, el área $N1$ modela la superficie del sustrato donde la onda EM hace el primer contacto, esta área se forma por un índice de refracción de $n_{N2} = 4.16$, la sección $N3$ se integra de un índice de refracción de $n_{N3} = 1.57$ la diferencia de índices de refracción y el ángulo que se forma esta vez en la cuadrícula de Yee, aseguran que la onda EM incidente en la sección $N1$ sea reflejada en su totalidad en cada uno de los ángulos en que incida la onda EM, debido al fenómeno que se presenta conocido como reflexión total interna ya mencionado en el Capítulo 2.

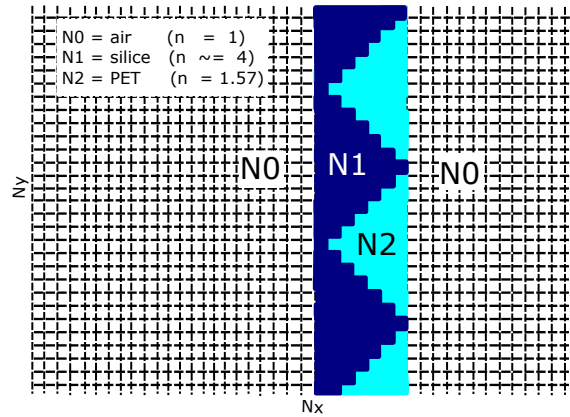


Figura 5.2. Matriz del sustrato.

La onda EM que se propaga en el área descrita corresponde a una sinusoidal representada por $E_z = \sin(2\pi f_o t)$, donde f_o es la frecuencia de operación. Cada uno de los incrementos de la cuadrícula de Yee es de $\Delta x = \Delta y = 0.004m$, los incrementos en tiempo para cada uno de los Δt es de $6.6713 \times 10^{-12} seg$, establecidos los parámetros se corrobora la estabilidad para los cálculos numéricos del método FDTD aplicado, mediante la ecuación de estabilidad CFL ($\Delta t \leq \Delta x / \sqrt{2} c_0$). Con estos parámetros se obtiene una cuadrícula adecuada para propagar la onda EM hacia el sustrato, debido a que se pretende ver el comportamiento del campo electromagnético al alcanzar el sustrato propuesto y confirmar que la geometría intrínseca del sustrato es capaz de reflejar la energía hacia la fuente. Al efectuar los cálculos numéricos se definen las condiciones de operación para el área de propagación acotando los parámetros que se utilizan,

tales parámetros son : las pérdidas del material se desprecian, se asume que los materiales son homogéneos e isotropos e invariantes en el tiempo.

El sustrato calculado se representa en la figura 5.3, donde cuando más pequeño sea su grosor mayor serán las secciones que formaran el sustrato. La longitud del sustrato el cual abarca el total del área de propagación, permite tener 6 geometrías periódicas, el sustrato tiene un espesor de $40\Delta x$ y una longitud total de $480\Delta y$, cada una de las secciones dentro del sustrato tiene de espesor $40\Delta x$ y longitud $80\Delta y$, para configurar las geometrías intrínsecas ya descritas en el Capítulo 3.

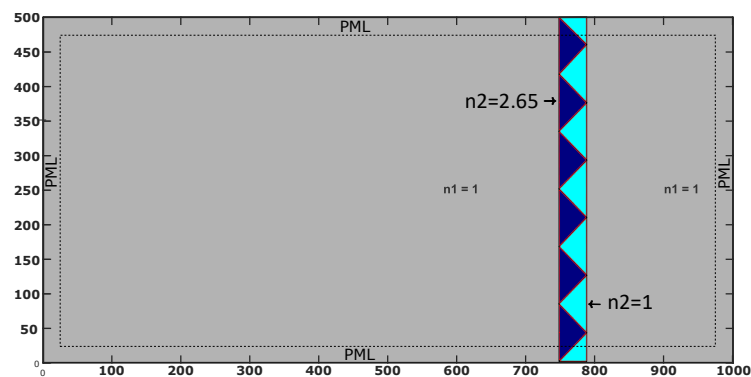


Figura 5.3. Sustrato con geometria triangular intrínseca.

El sustrato se coloca en el área de propagación en el punto $Nx = 750$ y termina en el punto $Nx = 790$, su longitud comprende la longitud total del área de propagación. Los resultados obtenidos de los cálculos numéricos se observan en la figura 5.4, donde se percibe que la energía se mantiene antes del sustrato $Nx = 750$, así como en el centro de la longitud total del sustrato, debido a que es el punto donde la onda EM incide de forma perpendicular, en el resto del sustrato incide en ángulos arbitrarios. En la sección central del sustrato se observa que las ondas EM inciden y se reflejan en la geometría propuesta logrando de esta forma una reflexión total interna. Por lo tanto, las ondas EM que se propaguen en el área correspondiente a la geometría del sustrato son reflejadas hacia la fuente.

También se observan pequeñas "fugas" de energía en el sustrato, parte de las ondas electromagnéticas que inciden pasan a través de las vértices de cada una de las

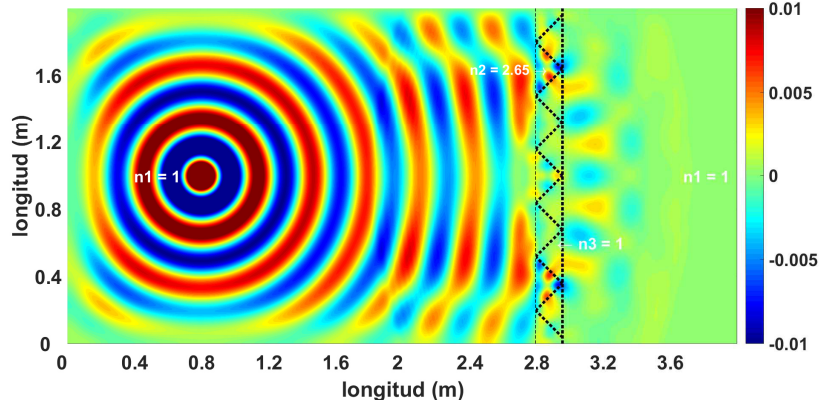


Figura 5.4. Propagación de la onda EM en sustrato con geometría intrínseca triangular.

secciones del sustrato, en la parte izquierda ($Nx = 790\Delta x$) y derecha ($Nx = 790\Delta x$) correspondiente a la parte superior e inferior respectivamente del sustrato, debido a las geometrías triangulares intrínsecas.

Los resultados obtenidos se verifican en la gráfica de la figura (5.4), en la cual se presenta la onda EM en 2D donde se observa las magnitudes de la onda en el área total de propagación. La onda EM se introduce en el punto $Nx = 250$, $Ny = 250$. Los picos de máximos de la onda EM de mayor magnitud se observan antes del sustrato en el centro del área de propagación debido al comportamiento de la onda EM con su entorno.

La gráfica en la figura 5.5 representa el porcentaje de energía distribuida por unidad de área, donde se observa como la energía de la onda en el punto $Nx = 500\Delta x$ hasta el punto $Nx = 750\Delta x$ oscila de mayor a menores cantidades debido a la reflexión que presenta el sustrato propuesto. Además, la proporción de energía disminuye dentro del sustrato ($Nx = 750\Delta x - Nx = 790\Delta x$) a consecuencia los diferentes índices de refracción que forman la geometría del sustrato. Sin embargo, solo cuando el índices de refracción que forma el sustrato son de $n_2 = 4.16$ y $n_3 = 1.57$ la energía es mayor, en comparación a otras combinaciones de índices por ejemplo, para $n_2 = 2$ y $n_3 = 1.57$ es menor la energía reflejada, obteniendo una diferente reflexión de energía debido al índice de refracción del material.

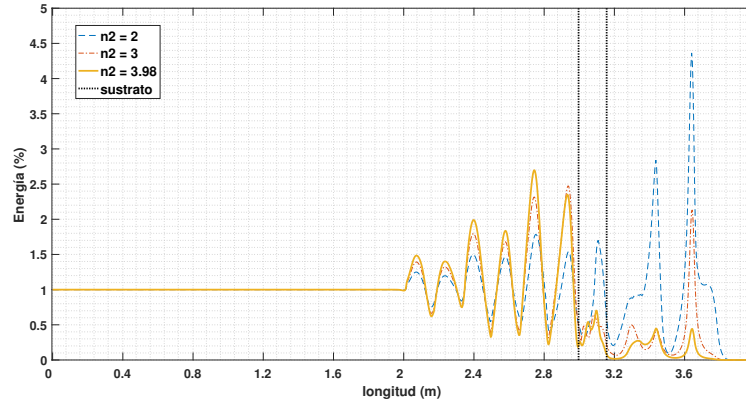


Figura 5.5. Energía del sustrato con geometría triangular intrínseca.

5.3.0.1. Sustrato con geometría intrínseca tipo greca.

Se propone una geometría diferente al sustrato ya descrito, el cual se compone de una geometría tipo greca donde predomina las geometrías cuadrículas. El espesor del sustrato es de $\Delta x = 40$, las formas cuadrículas que se observan en el sustrato tienen como dimensiones $20\Delta x$ y $20\Delta y$. Además, índices de refracción que forman geometría intrínseca son similares a los del sustrato con perfil triangular ($n_2 = 4.16$ y $n_3 = 1.57$) como se observa en la figura 5.6.

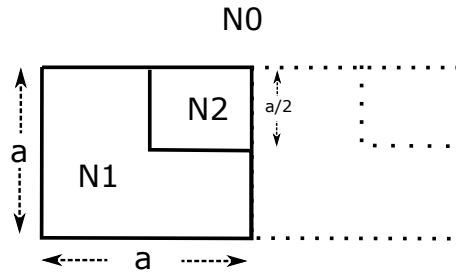


Figura 5.6. Geometría intrínseca del sustrato con geometría tipo grecas.

La geometría del sustrato tipo greca se representa en el esquema de la figura 5.7, donde se calcula su geometría intrínseca. Los índices de refracción del sustrato tipo greca son similares a la primera propuesta, con un índice de refracción de $n_3 = 1.57$ y un índice de refracción de $n_2 = 4.16$. El sustrato tipo greca al igual que el sustrato tipo triangular se forma de una serie de geometrías ordenadas periódicamente, de tal

forma que se modelan grecas dentro del sustrato.

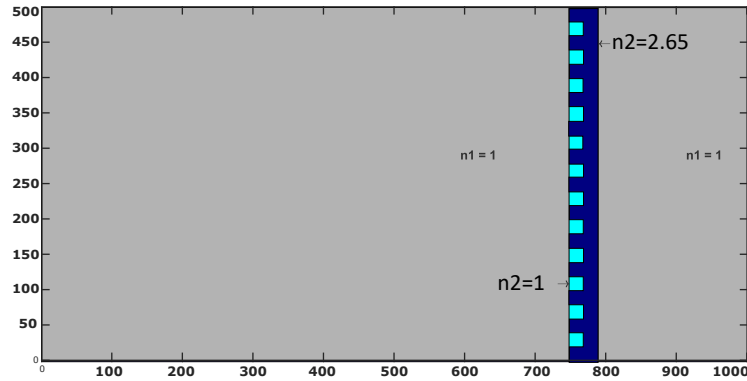


Figura 5.7. Sustrato con geometría intrínseca tipo grecas.

La fuente se introduce en el mismo punto que en la propagación realizada con el sustrato de perfil triangular. Los cálculos numéricos de la propagación de la onda EM en el sustrato tipo greca, se presenta en la figura 5.8, donde se aprecia que al igual que el sustrato tipo triangular la energía antes del sustrato $Nx = 750$ es mayor que dentro del sustrato $Nx = 750 - 790$, como al final del sustrato $Nx = 790$. Existe gran diferencia al utilizar este tipo de sustrato ya que al no contar con una geometría que cumpla con la reflexión total interna, se observa que existe mayor transmisión de energía pasando a través del sustrato, por lo cual la geometría intrínseca al sustrato es un factor relevante. Sin embargo, se observa que la energía se concentra en el área del sustrato que tiene las geometrías con mayor índice de refracción $n_2 = 4.16$.

La energía calculada numéricamente se presenta de igual forma que en el sustrato tipo triangular, donde se observa que a mayor índice de refracción, mayor es la energía acumulada antes del sustrato, véase gráfica de la figura 5.9 que representa la energía total acumulada por unidad de área, al colocar el sustrato tipo greca para reflejar la onda EM en el punto $Nx = 750$. Al igual que en el anterior sustrato se hace una comparativa con diferentes índices de refracción en el sustrato tipo grecas. Obteniendo como resultado que a mayor índice de refracción mayor energía reflejada.

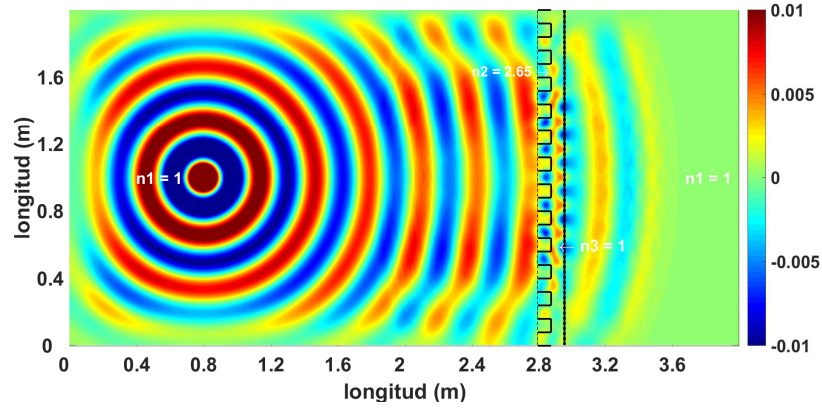


Figura 5.8. Propagación de la onda EM con sustrato con geometría intrínseca tipo grecas.

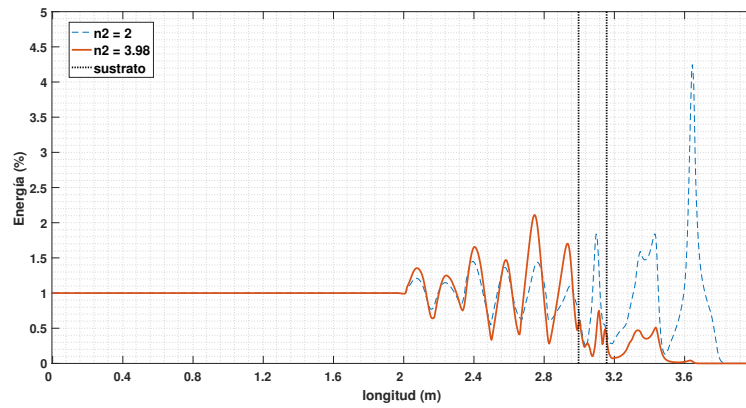


Figura 5.9. Energía del sustrato con geometría intrínseca tipo grecas.

5.3.0.2. Sustrato con geometría intrínseca tipo elíptica.

Un tercer caso donde se realiza un sustrato tipo elíptico con una geometría intrínseca con una geometría elíptica, tal geometría al igual que el sustrato tipo triangular en su diseño cumple con la reflexión total interna solo en ondas EM incidentes perpendicularmente con respecto a la normal. El sustrato tiene geometrías elípticas, al igual que los dos anteriores sustratos se colocan periódicamente para cubrir la totalidad de la longitud del área de la cuadrícula donde se propaga la onda EM. Las dimensiones de la geometría utilizada son las siguientes: la longitud de la geometría es de $4a$ y la altura de a formando un elipse con los diferentes índices de refracción $N_0 = 1$, $N_1 = 4.16$ y

$N2 = 1.57$ como se observa en la figura 5.10.

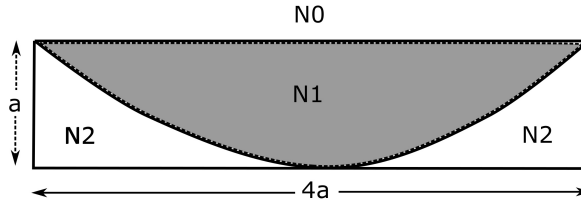


Figura 5.10. Geometría del sustrato tipo elíptico.

Por lo tanto las dimensiones en la cuadrícula de cada una de las geometrías es de $40\Delta x$ de altura y $160\Delta y$ de largo, como se observa en la figura 5.11 donde se representa el sustrato en la cuadrícula del área de propagación.

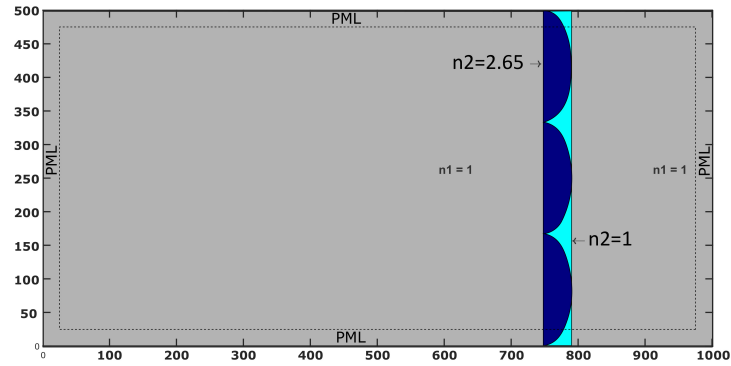


Figura 5.11. Sustrato con geometría intrínseca tipo elíptica.

La propagación de la onda EM en el sustrato tipo elíptico, se observa en la figura 5.12 donde la onda EM se mantiene antes del sustrato $Nx = 750$ debido a la geometría así como al índice de refracción de los materiales utilizados, dentro del sustrato se presenta la acumulación de la onda EM en la sección $N1$ donde se tiene el material con mayor índice de refracción. Al termino del sustrato $Nx = 790$ se observan cantidades menores de energía propagándose hacia la sección $N0$. La energía que se observa después del punto $Nx = 790$ se debe a que en el punto máximo de la elipse la onda EM incide perpendicularmente por lo que no existe ángulo crítico para la reflexión total

interna, por lo que la parte de la onda es transmitida al final del sustrato y parte se refleja.

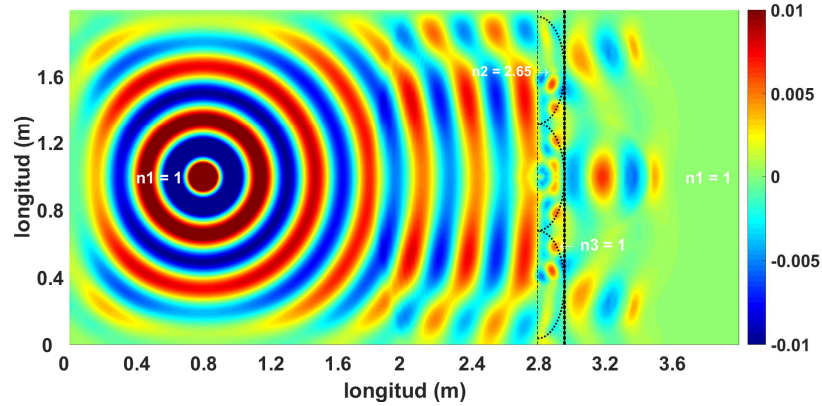


Figura 5.12. Propagación electromagnética en el sustrato con geometría tipo elipses.

La distribución de la energía a lo largo de la cuadrícula donde se propaga la onda EM se aprecia en la figura 5.13, la energía se mantiene antes del sustrato de geometría elíptica, además al igual que los dos anteriores sustratos a mayor índice de refracción mayor energía reflejada.

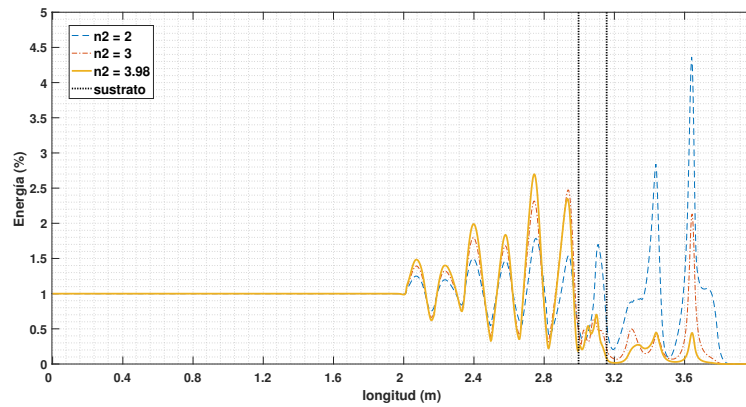


Figura 5.13. Energía por unidad de área en el sustrato con geometría tipo elíptica.

La relación que existe entre cada sustrato con la energía de la onda EM reflejada, según su geometría e índice se observa en la figura 5.14. Al comparar el porcentaje de energía de las diferentes geometrías intrínsecas favorece el sustrato con perfil trian-

gular ya que se configuro de tal forma para obtener una reflexión total interna en su área total así como el sustrato tipo elipses, a diferencia del sustrato tipo grecas que se configuro de forma diferente con una combinación de índices de refracción que acumulen la mayor proporción de energía de la onda EM, por tal motivo el sustrato con geometría intrínseca tipo grecas refleja menor energía de la onda EM.

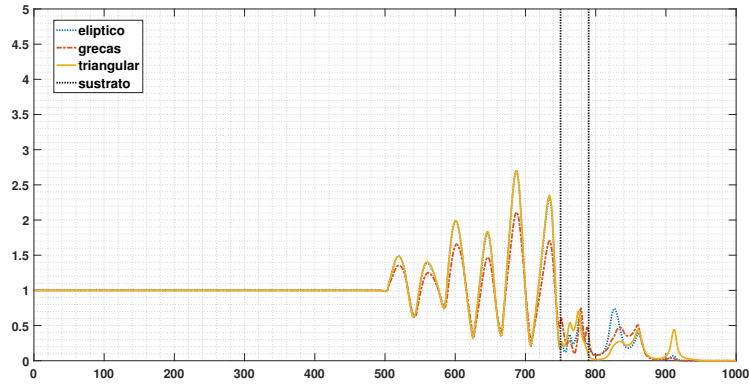


Figura 5.14. Comparativa de la energía por unidad de área de los diferentes geometrías de los sustratos con índices de refracción $n_{N1} = 4.16$, $n_{N2} = 1.57$.

5.4. Inserción de un pulso de Gauss.

La onda insertada en el área de propagación se representa por medio de un pulso puntual en forma de campana de Gauss para un segundo análisis de los sustratos propuestos de esta forma es posible apreciar con mayor facilidad la energía reflejada y transmitida de las geometrías intrínsecas analizadas de la sección anterior. La onda EM insertada se representa de la siguiente forma:

$$E_{inc} = E_0 e^{(n\Delta t - 3n_\tau \Delta t)^2 / (n_\tau \Delta t)^2}, \quad (5.5)$$

donde el pulso de Gauss se hace incidir en el área de propagación en el punto $Nx = 600, Ny = 250$ por lo que el sustrato se coloca a una distancia de $100\Delta x$ quedando el sustrato entre los punto $Nx = 700$ hasta el punto $Nx = 740$. Los resultados de los cálculos numéricos que se obtuvieron para este tipo de onda EM se describen a

continuación.

5.4.1. Comparativa de las geometrías intrínsecas de los sustratos.

5.4.1.1. Sustrato con geometría tipo triangular.

Los primeros cálculos se realizaron para el sustrato con geometría tipo triangular figura 5.3 con índice de refracción de $n = 2.65$, debido a la diferencia proporcional que debe existir entre los diferentes medio de propagación para que exista la reflexión total interna en el sustrato. El pulso se propaga inicialmente en el punto $Nx = 600$, posteriormente se propaga de forma uniforme en todas direcciones. El pulso de Gauss al hacer contacto con el sustrato en $T3 = 300\Delta t$, después de la inserción de la onda, en la figura 5.15 se observa como al hacer contacto con el sustrato tipo triangular, parte del pulso se refleja por el cambio de medio de propagación, observándose la reflexión de la onda EM y la transmisión dentro del sustrato.

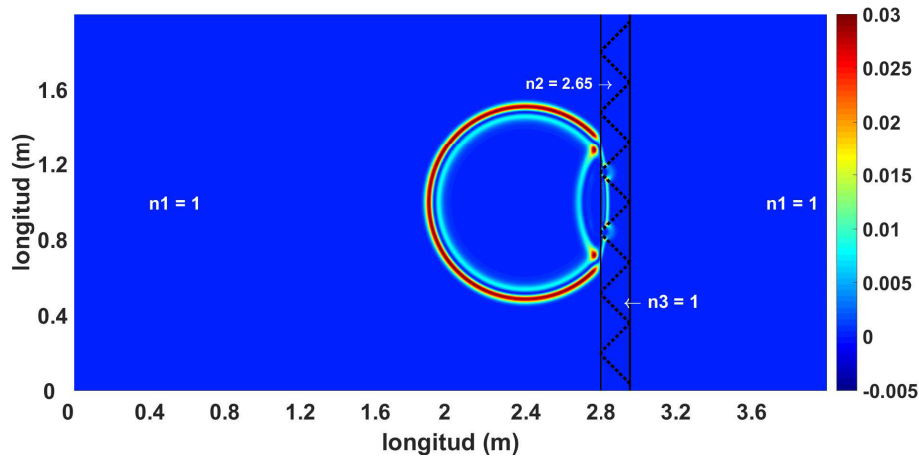


Figura 5.15. Propagación de la onda EM gaussian en $t = 300\Delta t$.

En la figura 5.16 en $T5 = 500\Delta t$ se observa la energía que se acumula en los vértices de la formas triangulares dentro del sustrato, en el punto $Ny = 250$, $Nx = 740$ existe una mayor energía debido a que es donde el pulso de Gauss hizo contacto inicialmente, esta misma sección triangular concentra mas energía que en el resto de las secciones

triangulares. Además se observa una proporción de energía casi inapreciable después del sustrato, esta energía que comprende el 10% de la onda EM se debe a que parte de la onda EM llega de forma perpendicular al sustrato pasando directamente en el vértice del triángulo de esta sección, debido a que en las vértices del triángulo no existe reflexión total interna. Aquí mismo se observa que existe la reflexión total interna en las aristas de cada geometría triangular debido a que al ángulo de incidencia de la onda EM es mayor al ángulo crítico como se explica en el Capítulo 2. En la figura 5.17 se aprecia que la onda reflejada al interior del sustrato emerge hacia la frontera donde la onda EM hizo contacto en el tiempo T_3 , de esta forma se cumple con el objetivo de reflejar la onda EM incidente casi en su totalidad.

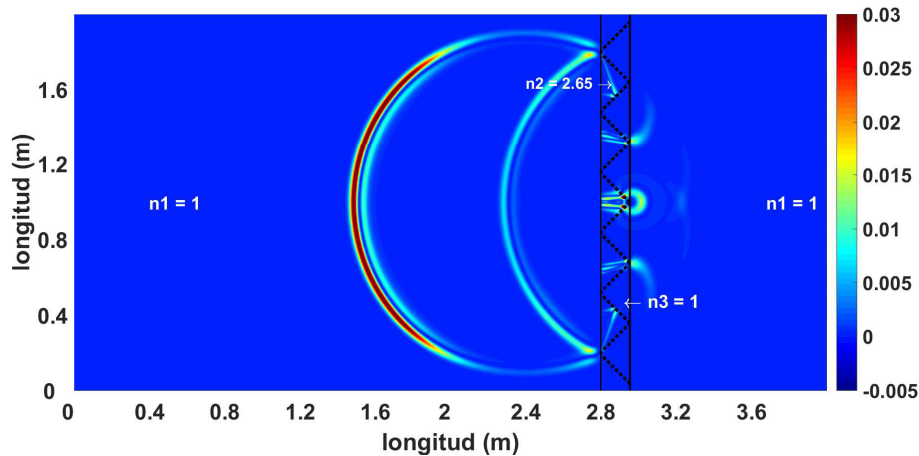


Figura 5.16. Propagación de la onda EM gaussian en $t = 500\Delta t$.

La proporción de energía que permanece antes del sustrato se presenta en la figura 5.18, donde se observa que el inicio de la gráfica se tiene el 100 por ciento de la energía, conforme viaja la onda EM al hacer contacto con el sustrato en el tiempo $t = 1.5ns$ comienza a reducir la proporción de energía antes del sustrato. Una vez alcanzado el tiempo $t = 4.5ns$ la energía de la onda EM se incrementa hasta el 81 % del total de la onda EM, permaneciendo el resto dentro del sustrato y después del sustrato. Se observa que la onda EM tiene un retardo de $3ns$ para que la onda EM reflejada al interior del sustrato regrese a la superficie del primer contacto entre la onda EM y el sustrato.

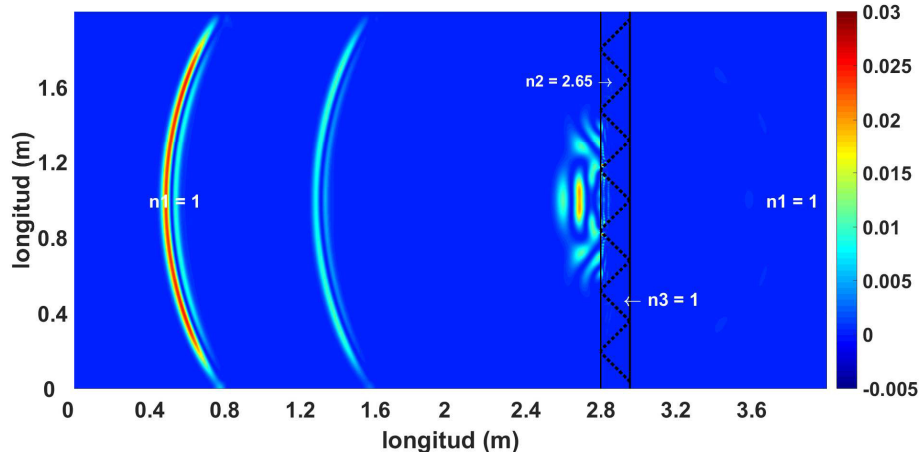


Figura 5.17. Propagación de la onda EM gaussian en $t = 800\Delta t$.

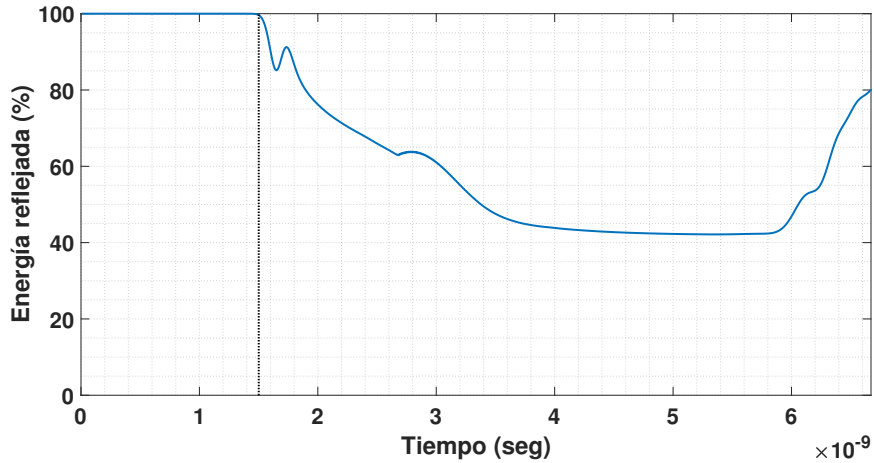


Figura 5.18. Energía de la onda EM antes del sustrato con geometría tipo triangular.

5.4.1.2. Sustrato con geometría tipo grecas.

En el sustrato con geometría tipo grecas se incide la onda EM en forma campana de Gauss, en el tiempo $T3$ al igual que en el anterior sustrato, se observa en la figura 5.19 que al hacer contacto la onda EM en el sustrato parte incide en el sustrato y parte es reflejada, sin embargo la reflexión que se observa no es la misma debido a la geometría. La energía reflejada es mayormente dispersada a causa de las aristas que forman la geometría del sustrato. Como se observa en la figura 5.21 la energía de la onda EM en

el tiempo $T = 500$ que es reflejada no es suficientemente grande en comparación a la reflejada en el mismo instante del sustrato triangular .

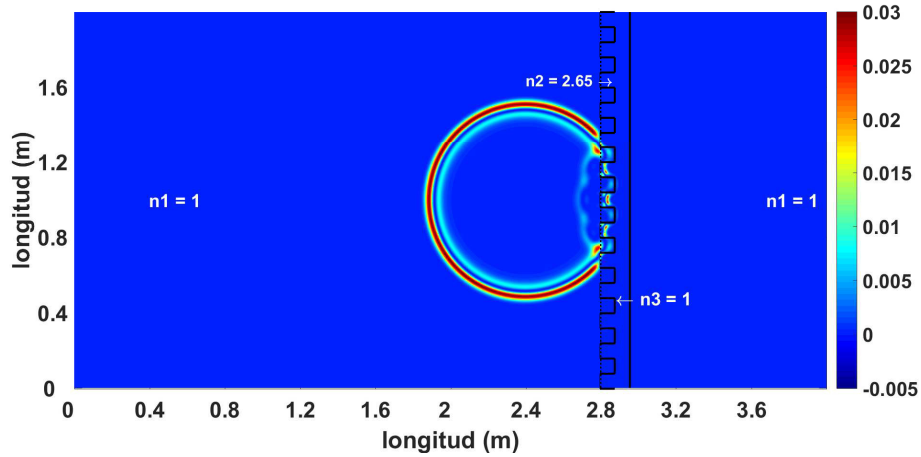


Figura 5.19. Propagación de la onda EM gaussiana con el sustrato tipo greca.

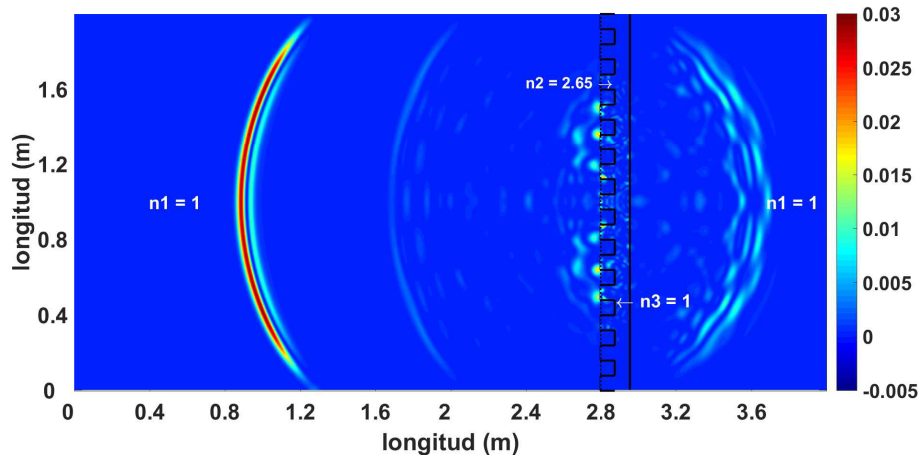


Figura 5.20. Propagación de la onda EM gaussiana con el sustrato tipo greca.

En la figura 5.21 se presenta la proporción de energía que existe antes del sustrato, en el tiempo $t = 5ns$ donde al igual que el sustrato con geometría tipo triangular la onda EM comienza a reflejarse pero solo alcanza a reflejar el 48% de la energía el resto es transmitida, debido a que el sustrato con geometría tipo grecas no tiene las

condiciones para que exista reflexión total interna además, la geometría intrínseca del sustrato provoca la dispersión de la onda EM. Por lo que se deduce que el sustrato no es lo suficientemente útil para el propósito del actual trabajo.

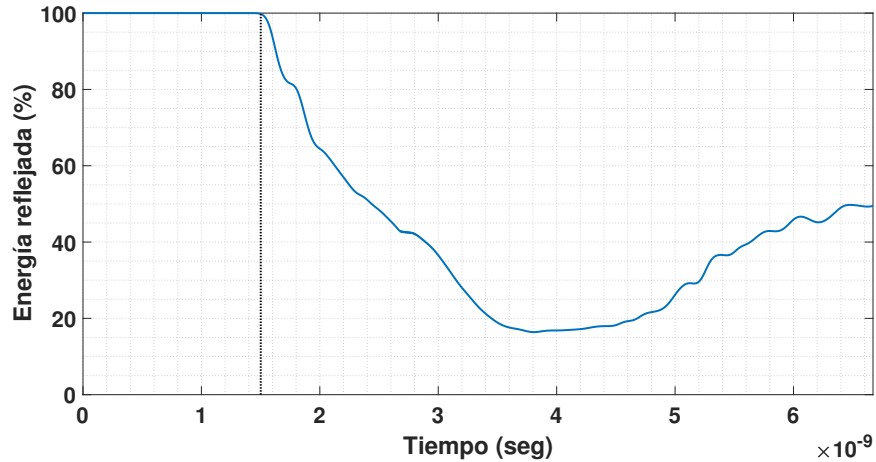


Figura 5.21. Porcentaje de la onda EM gaussiana con el sustrato con geometría tipo greca.

5.4.1.3. Sustrato con geometría tipo elipses.

Por último se hace una comparativa del sustrato con geometría tipo triangular con un sustrato con una geometría tipo elíptica, el índice de refracción utilizado es igual al de los dos sustratos anteriores de $n = 2.65$. La magnitud del índice de refracción se define conforme a la condición del primer sustrato donde existe una diferencia de índices de refracción de por lo menos esta cantidad. La figura 5.22 muestra la propagación de la onda EM en el tiempo T_8 muestra como una parte es reflejada desde el interior del sustrato, por lo tanto el resto de la onda EM pasa a través del sustrato produciendo debido a su forma elíptica una concentración de la onda en el punto máximo o mas alejado de la superficie de contacto entre el sustrato y la onda EM.

El porcentaje de la energía antes del sustrato en un tiempo determinado $t = 9\text{ns}$ se muestra en la figura 5.23 donde al final de los cálculos numéricos de la propagación de la onda EM solo se tiene el 30% . Al igual que en los sustratos anteriores la proporción

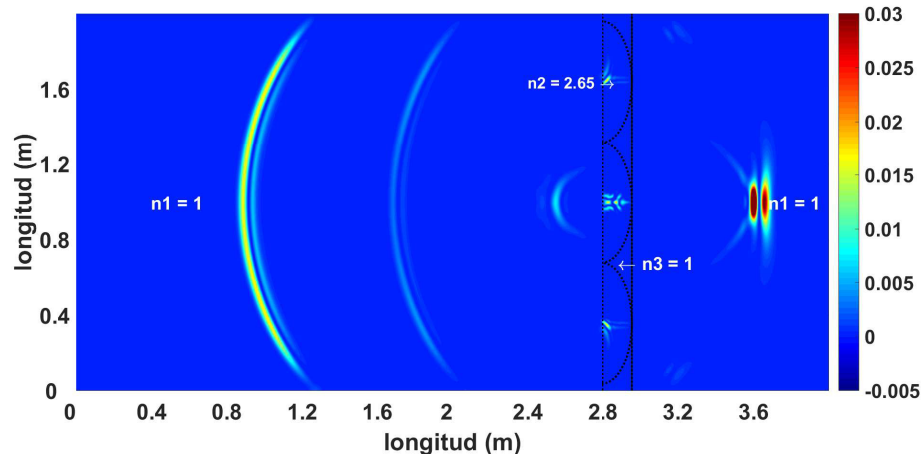


Figura 5.22. Propagación de la onda EM gaussiana con el sustrato con geometría tipo elipses.

de la onda comienza a disminuir cuando incide en el sustrato, decayendo hasta el 28 % en un tiempo $t = 4 \text{ ns}$, a partir de este tiempo comienza a reflejarse hacia la superficie de contacto, subiendo la proporción de la onda EM un 10 % obteniendo un total del 38 % por lo que no es suficiente, para evitar la interferencia electromagnética en la etiqueta RFID.

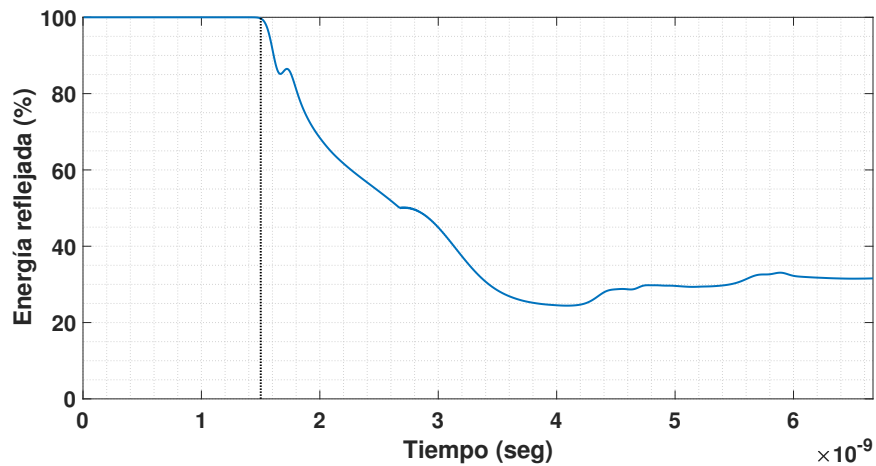


Figura 5.23. Porcentaje de la onda EM con el sustrato con geometría tipo elíptica.

5.5. Resumen del capítulo.

En el actual capítulo se presentaron los diferentes sustratos propuestos con diferentes geometrías intrínsecas triangular, grecas y elíptica e iguales índices de refracción $n_{N0} = 1$, $n_{N1} = 4.16$, $n_{N2} = 1.57$ para una fuente sinusoidal. La figura 5.24 presenta en resumen los sustratos con los cálculos numéricos del comportamiento de su propagación electromagnética, se observa los diferentes puntos donde se acumula la energía debido al índice de refracción y su geometría. El sustrato con menor energía transmitida es el sustrato de geometría triangular, por lo tanto es el que refleja mayor energía debido a su geometría e índices de refracción. Además se presentó la propagación de una onda EM tipo campana de Gauss donde se determina el comportamiento de propagación de la onda EM en tres diferentes sustratos al igual que con la fuente sinusoidal, obteniendo de esta forma la proporción de energía antes del sustrato en el tiempo de propagación de la onda EM, la figura 5.25 muestra la forma de propagación y la energía de la onda EM antes de los sustratos durante un tiempo total de $t = 9ns$.

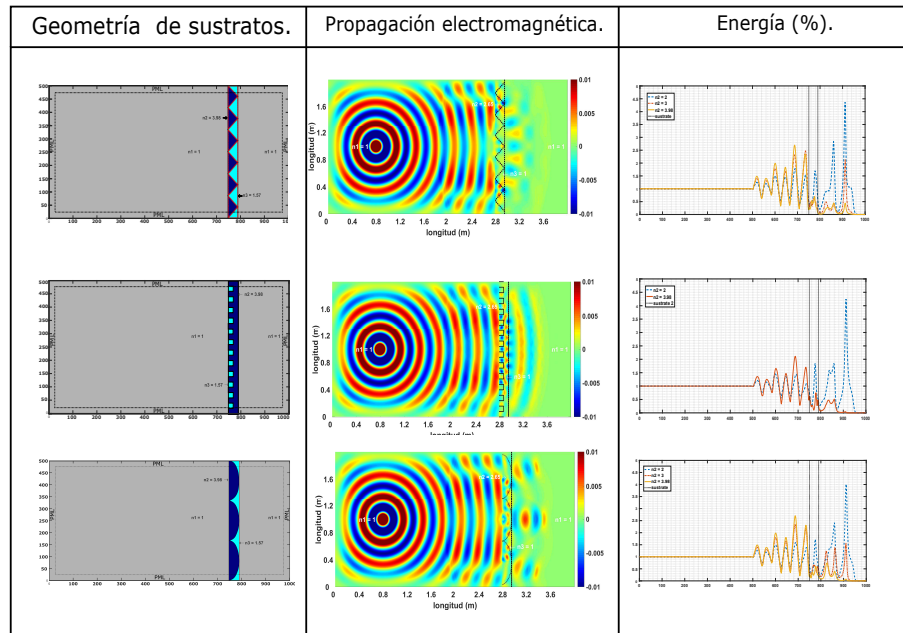


Figura 5.24. Comparativa de los sustratos y su propagación electromagnética para una onda senoidal.

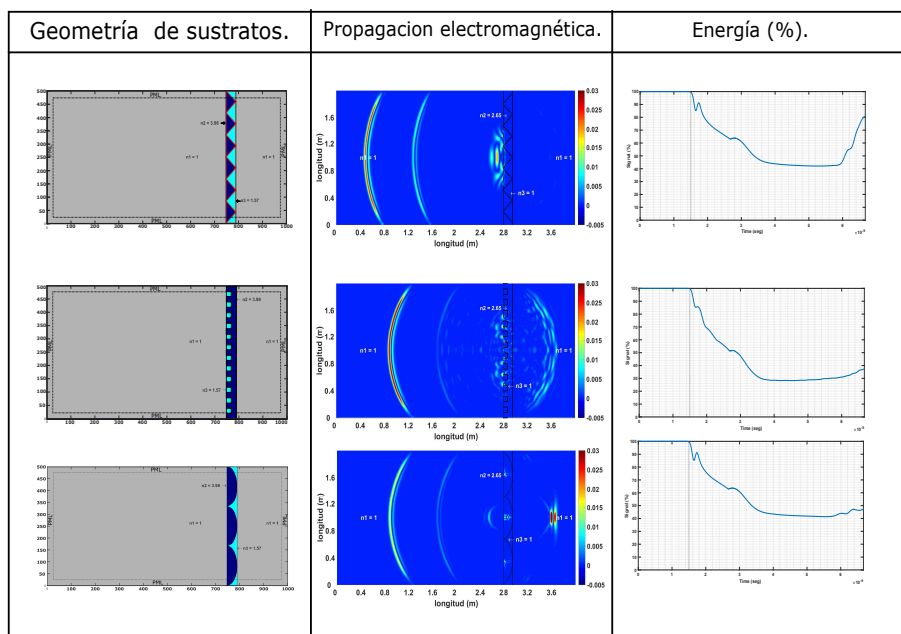


Figura 5.25. Comparativa de los sustratos y su propagación electromagnética para una onda gaussiana.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES.

6.1. Conclusiones.

El objetivo principal de la tesis planteado a partir del estudio del comportamiento de las ondas electromagnéticas entre diferentes medios de propagación fue cumplido conforme a los cálculos numéricos obtenidos por la teoría de rayos y el método FDTD. Al situar diferentes materiales en el sustrato se logro una reflexión total interna la cual hace al sustrato capaz de reflejar la energía hacia la superficie de incidencia de las ondas EM.

El uso de diferentes geometrías para el sustrato demuestra que la geometría y la combinación de materiales con diferente índice de refracción es importante para reflexión de la onda EM.

El emplear la teoría de rayos como método para la obtención de una geometría intrínseca con una reflexión total interna favorece el diseño del sustrato.

El uso del método FDTD al ser más robusto que la teoría de rayos, otorga mayor

detalle de los cambios en la propagación electromagnética entre diferentes medios, además representa el comportamiento de la onda EM en dos dimensiones, de esta forma se observa la energía que es reflejada.

La geometría intrínseca del sustrato tipo triangular refleja una mayor porcentaje de energía. La energía que se transmite depende del número de secciones que se utiliza en el sustrato.

Al igual que en el sustrato con geometría triangular, el porcentaje de energía transmitida del sustrato con geometría elíptica dependerá de la cantidad de secciones utilizadas así como de la misma geometría, para este sustrato se utiliza una menor cantidad de secciones debido. Aún así no refleja mayor energía que el sustrato con geometría triangular.

Cuando se hace un cambio de índice de refracción en la superficie de contacto en N_1 por un índice de refracción de 2.65 y N_2 con un índice de 1, se obtienen resultados similares debido a que se mantiene la diferencia proporcional entre los índices de refracción de los materiales utilizados. Ya que es la diferencia proporcional mínima de se requiere.

La cantidad de secciones geométricas en la que se divide el sustrato depende de la longitud de la etiqueta RFID. A menor espesor mayor la cantidad de secciones geométricas que se requieren para el sustrato.

6.2. Trabajo futuro.

Realizar de forma experimental al menos uno de los sustratos propuestos para realizar las pruebas necesarias para la reflexión de la onda EM.

Validar los resultados experimentales para verificar la viabilidad del proyecto como aplicación para etiquetas RFID.

Realizar prototipo del sustrato con geometría intrínseca tipo triangular.

Observar comportamiento del sustrato triangular con diferentes tipos de etiquetas y productos a identificar.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Q. Zhang, M. J. Crisp, R. V. Pentty, and I. H. White, "Reduction of proximity effects on uhf passive rfid systems by using tags with polarization diversity," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 5, pp. 2264–2271, 2015.
- [2] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*. Wiley, 1999.
- [3] K. Finkenzeller, *RFID handbook: fundamentals and applications in contactless smart cards, radio frequency identification and near-field communication*. John Wiley & Sons, 2010.
- [4] S.-L. Chen, "A miniature rfid tag antenna design for metallic objects application," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 8, pp. 1043–1045, 2009.
- [5] C. Cho, H. Choo, and I. Park, "Design of planar rfid tag antenna for metallic objects," *Electronics Letters*, vol. 44, no. 3, pp. 175–177, 2008.
- [6] A. A. Babar, T. Bjorninen, V. Bhagavati, L. Sydanheimo, P. Kallio, and L. Ukkonen, "Small and flexible metal mountable passive uhf rfid tag on high-dielectric polymer-ceramic composite substrate," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 11, pp. 1319–1322, 2012.
- [7] L. Ukkonen, L. Sydanheimo, and M. Kivikoski, "Patch antenna with ebg ground plane and two-layer substrate for passive rfid of metallic objects," in *Antennas*

- and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE*, vol. 1, pp. 93–96, IEEE, 2004.
- [8] B. E. Saleh, M. C. Teich, and B. E. Saleh, *Fundamentals of photonics*, vol. 22. Wiley New York, 1991.
- [9] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier, 1980.
- [10] E. Hecht, *Optics*. Addison Wesley, 2002.
- [11] K. Iizuka, *Elements of Photonics, In Free Space and Special Media*, vol. 1. John Wiley & Sons, 2002.
- [12] F. I. Fedorov, “To the theory of total reflection,” *Journal of Optics*, vol. 15, no. 1, p. 014002, 2013.
- [13] M. P. Keating, *Geometric, physical, and visual optics*. Elsevier Health Sciences, 1988.
- [14] T. Okoshi, *Optical fibers*. Elsevier, 2012.
- [15] M. Padgett and L. Allen, “The poynting vector in laguerre-gaussian laser modes,” *Optics communications*, vol. 121, no. 1, pp. 36–40, 1995.
- [16] R. Garg, *Analytical and computational methods in electromagnetics*. Artech house, 2008.
- [17] D. M. Pozar, *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, 2009.
- [18] J. C. Maxwell, “A dynamical theory of the electromagnetic field,” *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, vol. 155, pp. 459–512, 1865.
- [19] S. Ramo, J. R. Whinnery, and T. Van Duzer, *Fields and waves in communication electronics*. John Wiley & Sons, 2008.

- [20] D. K. Cheng *et al.*, *Field and wave electromagnetics*. Pearson Education India, 1989.
- [21] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company Publishers, 2005.
- [22] J. B. Schneider, “Understanding the finite-difference time-domain method,” *School of electrical engineering and computer science Washington State University*.—URL: [http://www.Eecs.Wsu.Edu/~schneidj/ufdtd/\(request data: 29.11.2012\)](http://www.Eecs.Wsu.Edu/~schneidj/ufdtd/(request+data:29.11.2012)), 2010.
- [23] A. Jentzen and P. E. Kloeden, *Taylor approximations for stochastic partial differential equations*. SIAM, 2011.
- [24] J. D. Hoffman and S. Frankel, *Numerical methods for engineers and scientists*. CRC press, 2001.
- [25] S. D. Gedney, “Introduction to the finite-difference time-domain (fdtd) method for electromagnetics,” *Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics*, vol. 6, no. 1, pp. 1–250, 2011.
- [26] U. S. Inan and R. A. Marshall, *Numerical electromagnetics: the FDTD method*. Cambridge University Press, 2011.
- [27] K. S. Yee *et al.*, “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media,” *IEEE Trans. Antennas Propag*, vol. 14, no. 3, pp. 302–307, 1966.
- [28] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational electrodynamics*. Artech house, 2005.
- [29] D. Veerlavenkaiah and S. Raghavan, “Determination of propagation constant using 1d-fdtd with matlab,” in *Communication Systems and Networks (ComNet), International Conference on*, pp. 61–64, IEEE, 2016.

- [30] D. M. Sullivan, *Electromagnetic simulation using the FDTD method*. John Wiley & Sons, 2013.
- [31] J. A. Roden and S. D. Gedney, "Convolutional pml (cpml): An efficient fdtd implementation of the cfs-pml for arbitrary media," *Microwave and optical technology letters*, vol. 27, no. 5, pp. 334–338, 2000.